

# PINN+MoE para modelar el flujo de tráfico heterogéneo

Diego Guamán, Juan Carlos Herrera, Hans Löbel

Pontificia Universidad Católica de Chile



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE  
TRANSPORTE Y LOGISTICA



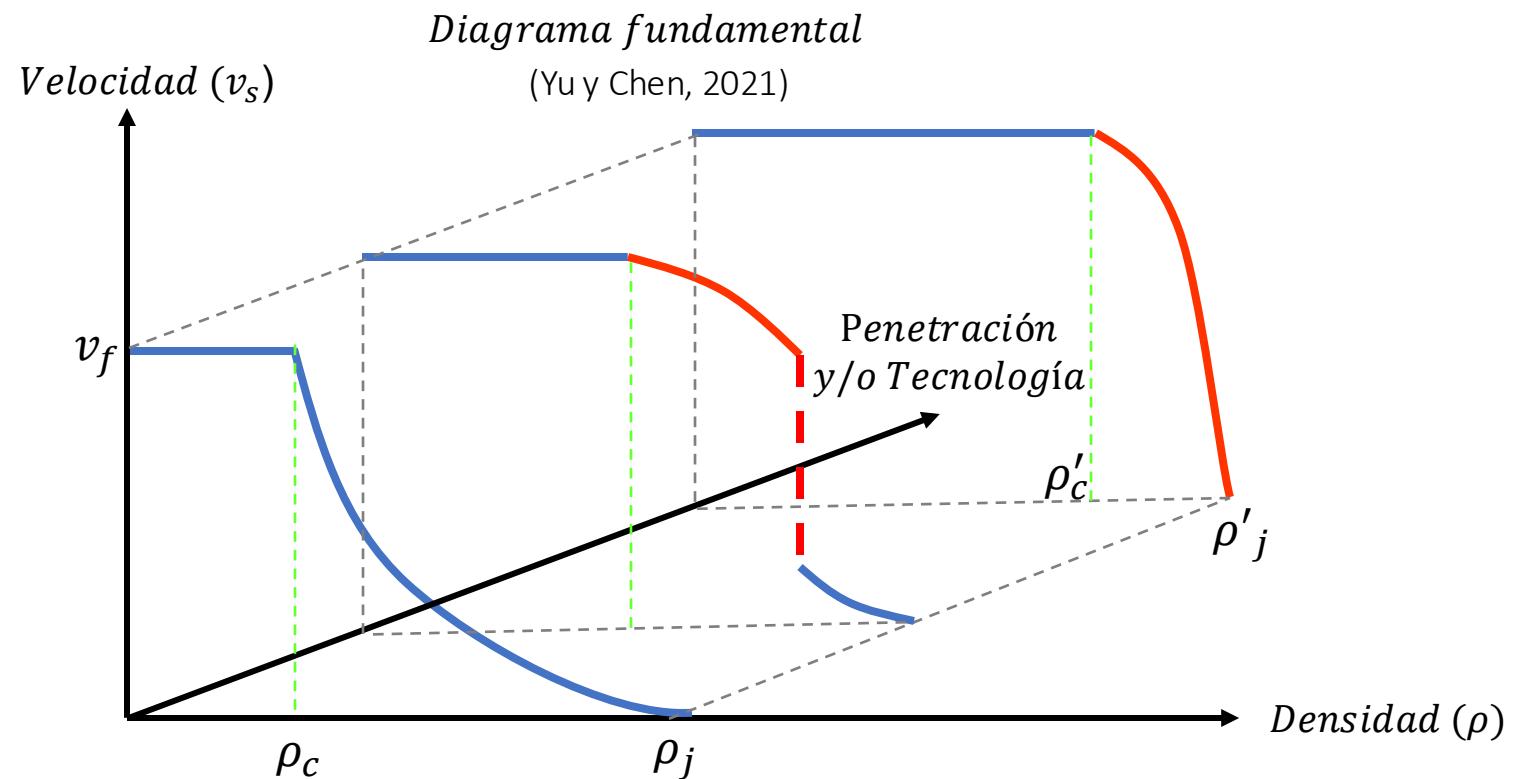
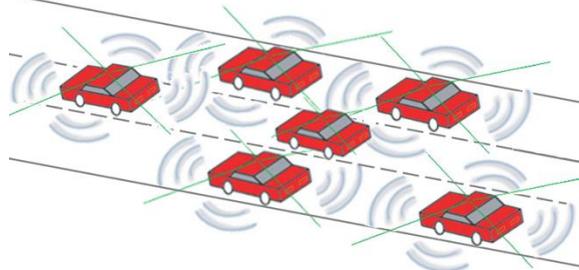
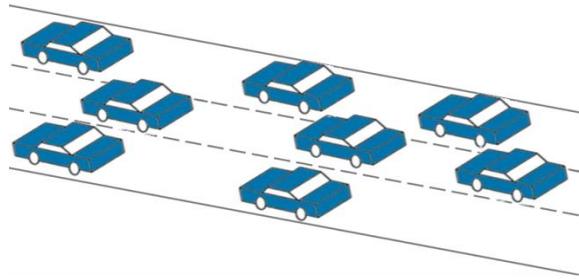
# PINN+MoE para modelar el flujo de tráfico heterogéneo

## Contenido

- 1. Motivación
- 2. Metodología
- 3. Experimentos
- 4. Conclusiones

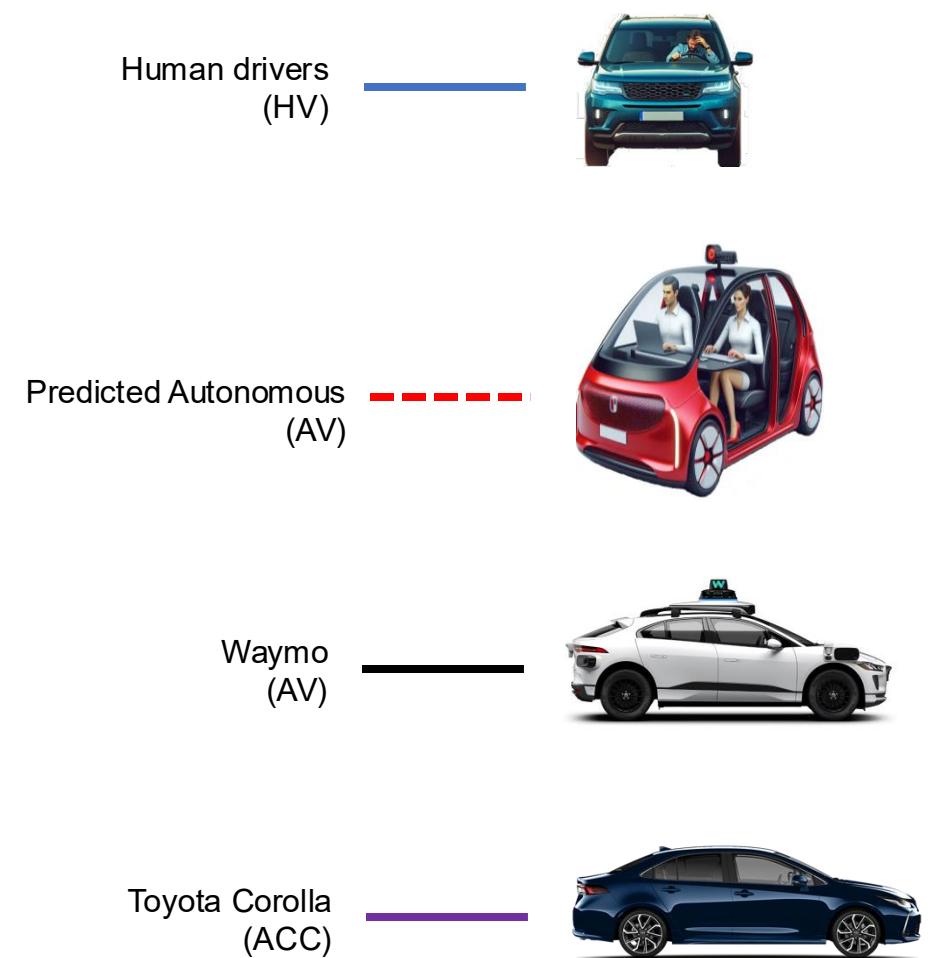
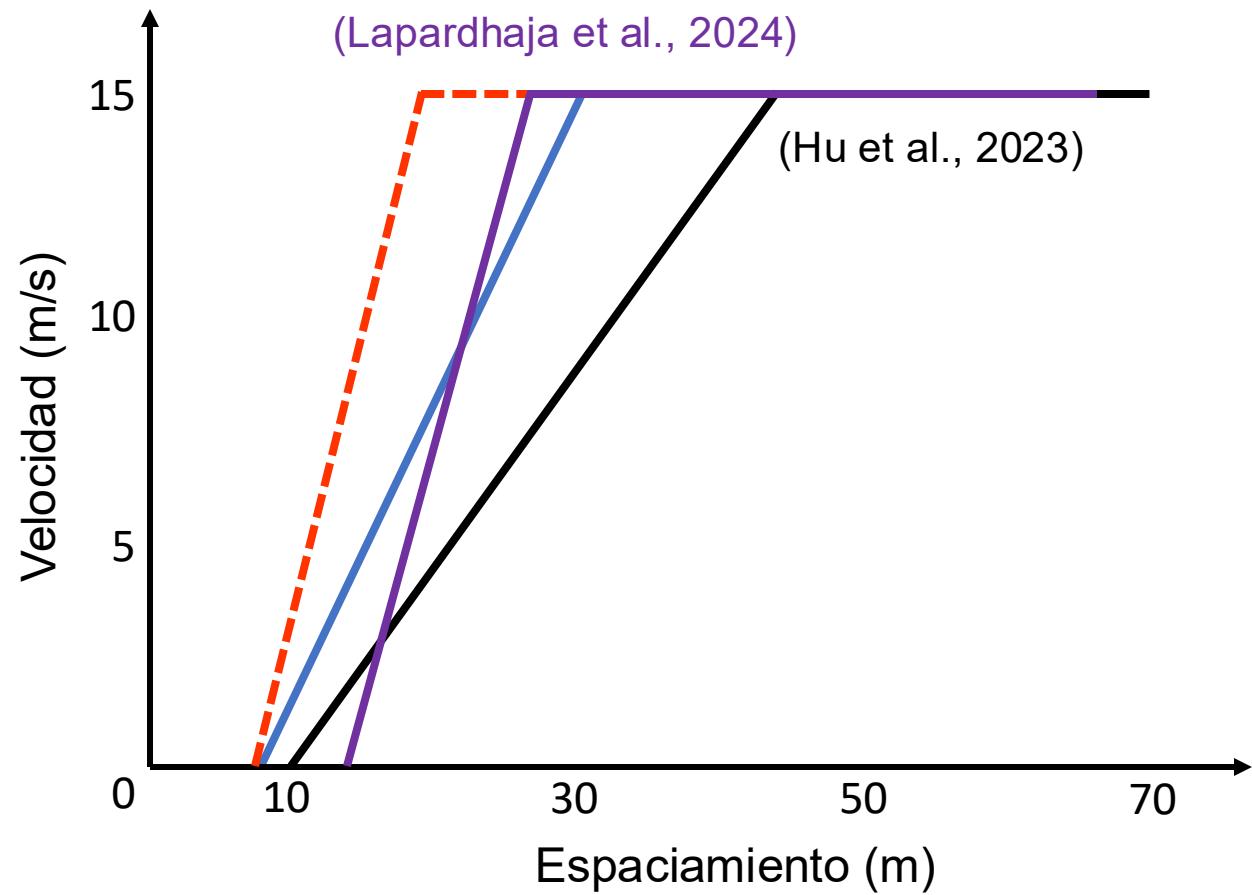
# 1. Motivación

## Características del flujo de tráfico



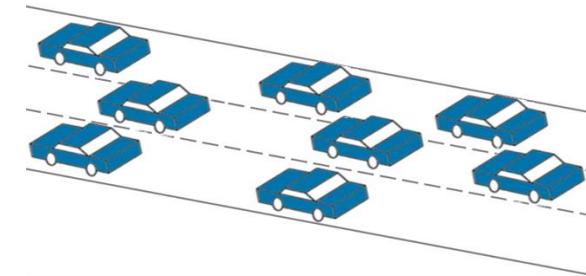
# 1. Motivación

## Características del flujo de tráfico



# 1. Motivación

## Flujo de tráfico heterogéneo

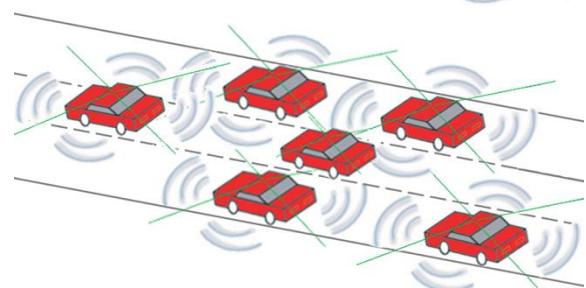
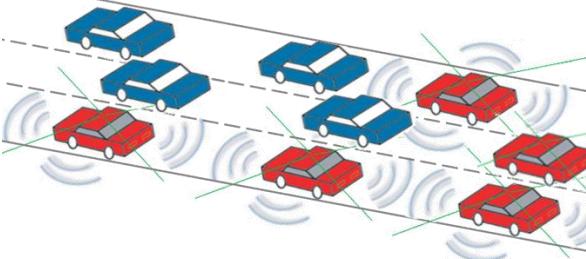
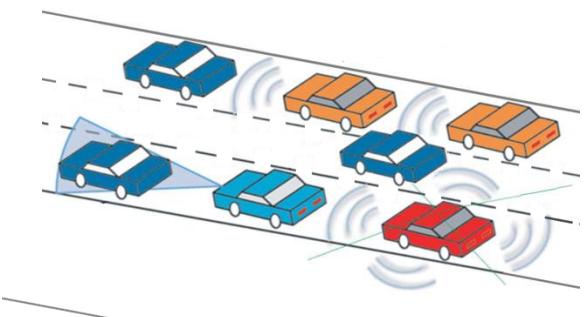


Año 2000. Solo los vehículos de alta gama tenían sistemas de apoyo a la conducción.

Año 2018. El CEO de WAYMO no creía que la conducción autónoma era posible.

Año 2022. En Chile, vehículos de gama media cuentan con sistemas de apoyo.

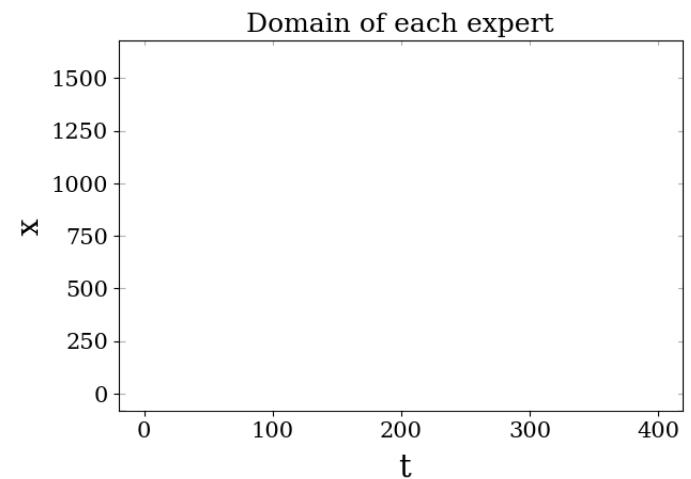
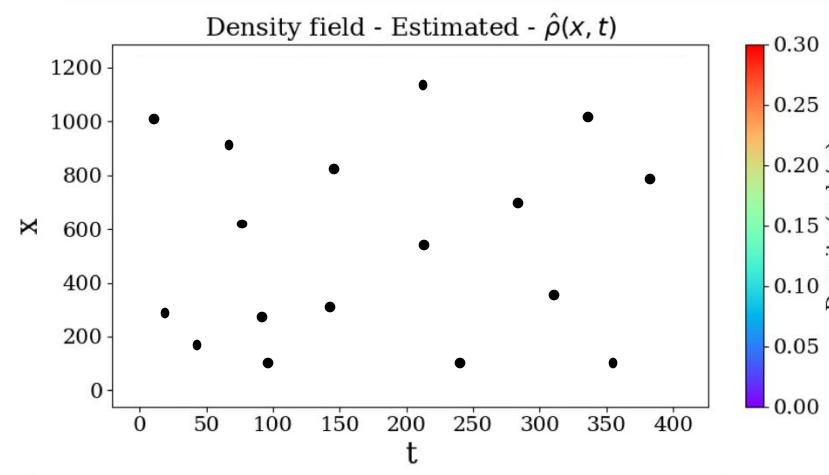
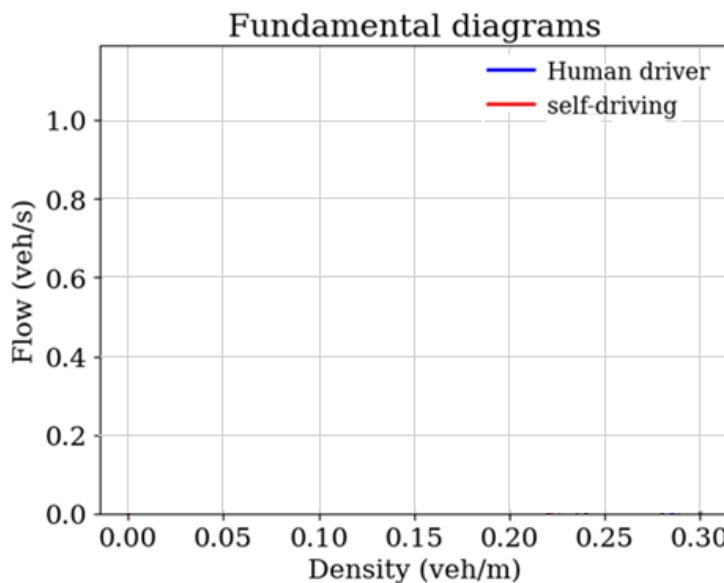
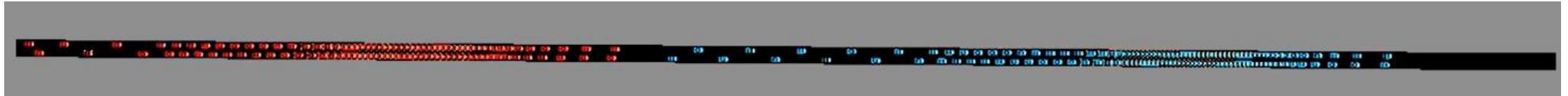
Año 2023. En San Francisco, WAYMO recibió permiso para que sus AV operen comercialmente.



Año 2060. Esperamos completa autonomía y conectividad en toda la flota (Azam et al., 2022). 4

# 1. Motivación

## Descripción del problema



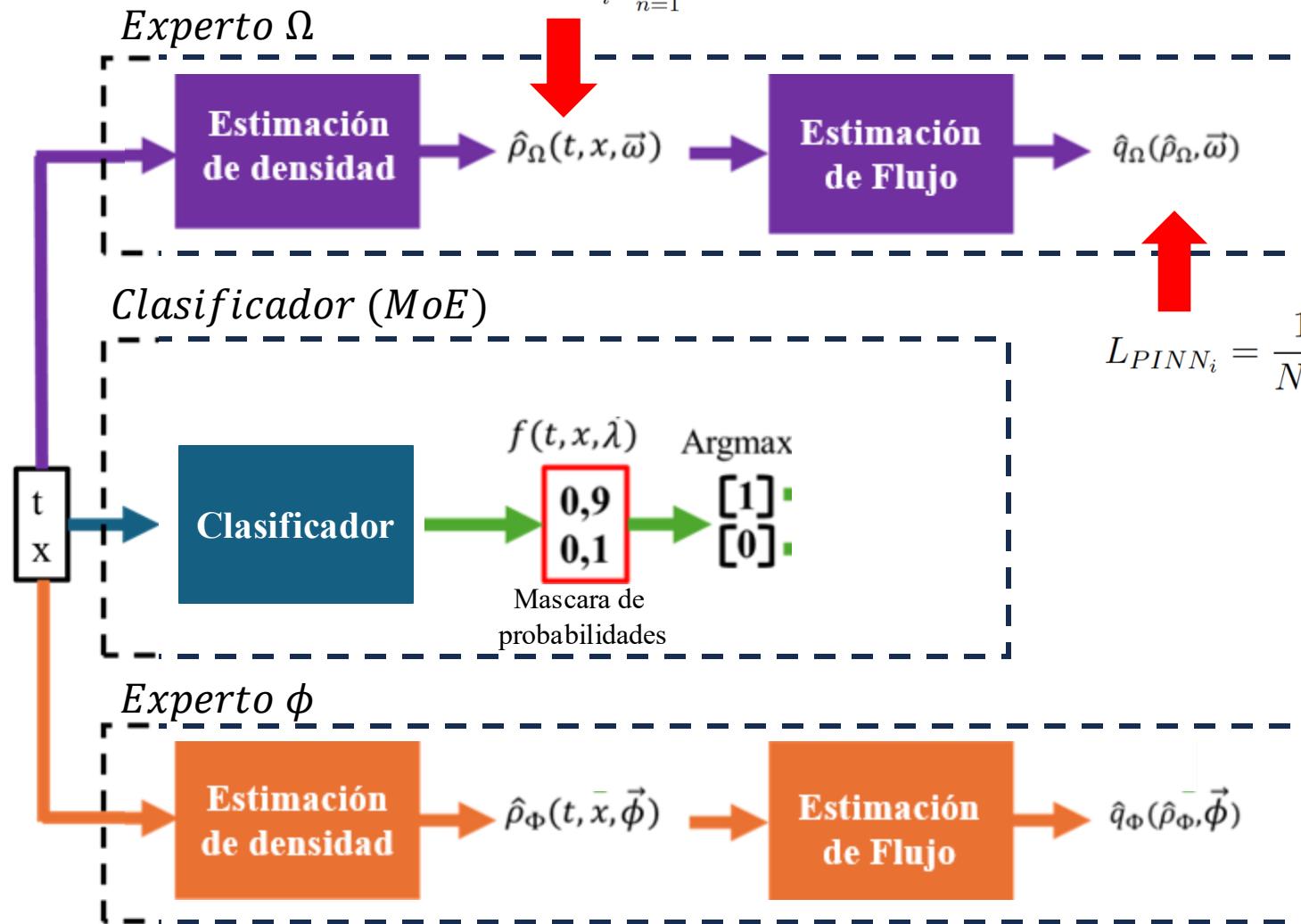
- Pares  $(t, x)$  con densidad  $(\rho)$  conocida

Estudios relacionados con solo una clase de vehículos: Shi et al. (2022), Huang y Agarwal (2022) y Morand et al. (2024).

## 2. Metodología

Red neuronal PINN+MoE

$$L_{PUNN_i} = \frac{1}{N_i^O} \sum_{n=1}^{N_i^O} (\rho_i^O - \hat{\rho}_i^O)^2$$



Representación de una red neuronal



$$L_{PINN_i} = \frac{1}{N_i^A} \sum_{n=1}^{N_i^A} \left( \frac{\partial \hat{\rho}_i^A}{\partial t_n^A} + \frac{\partial \hat{q}_i^A}{\partial x_n^A} - \epsilon_i \cdot \frac{\partial^2 \hat{\rho}_i^A}{\partial (x_n^A)^2} \right)^2$$

## 2. Metodología

Red neuronal PINN+MoE

$$L = \alpha \cdot (L_{PUNN_{\Omega}} + L_{PUNN_{\Phi}}) + \beta_1 \cdot (L_{PINN_{\Omega}} + L_{PINN_{\Phi}}) + \beta_2 \cdot (L_{Concave_{\Omega}} + L_{Concave_{\Phi}}) + \beta_3 \cdot (L_{(q=0)_{\Omega}} + L_{(q=0)_{\Phi}}) \quad (1)$$

$$L_{PUNN_i} = \frac{1}{N_i^O} \sum_{n=1}^{N_i^O} (\rho_i^O - \hat{\rho}_i^O)^2 \quad (2)$$

$$L_{PINN_i} = \frac{1}{N_i^A} \sum_{n=1}^{N_i^A} \left( \frac{\partial \hat{\rho}_i^A}{\partial t_n^A} + \frac{\partial \hat{q}_i^A}{\partial x_n^A} - \epsilon_i \cdot \frac{\partial^2 \hat{\rho}_i^A}{\partial (x_n^A)^2} \right)^2 \quad (3)$$

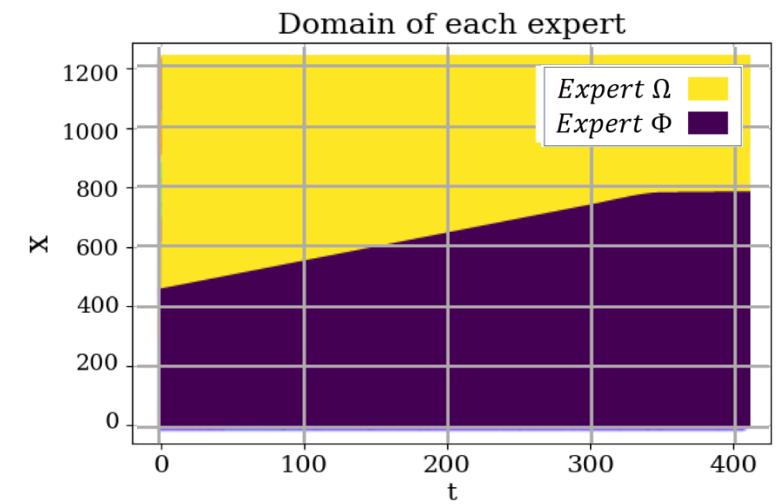
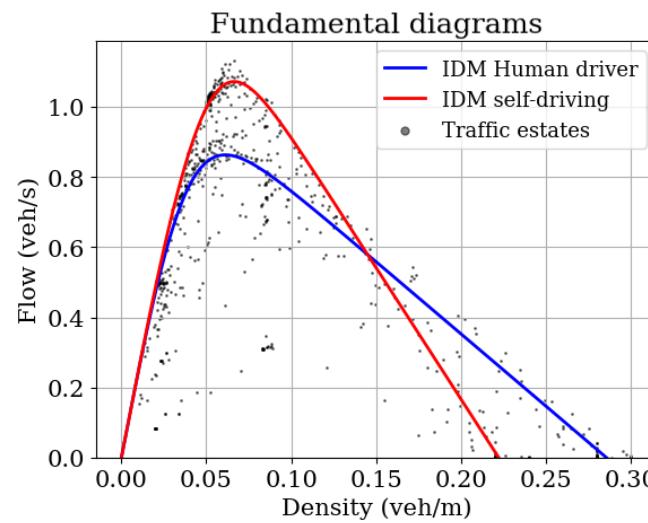
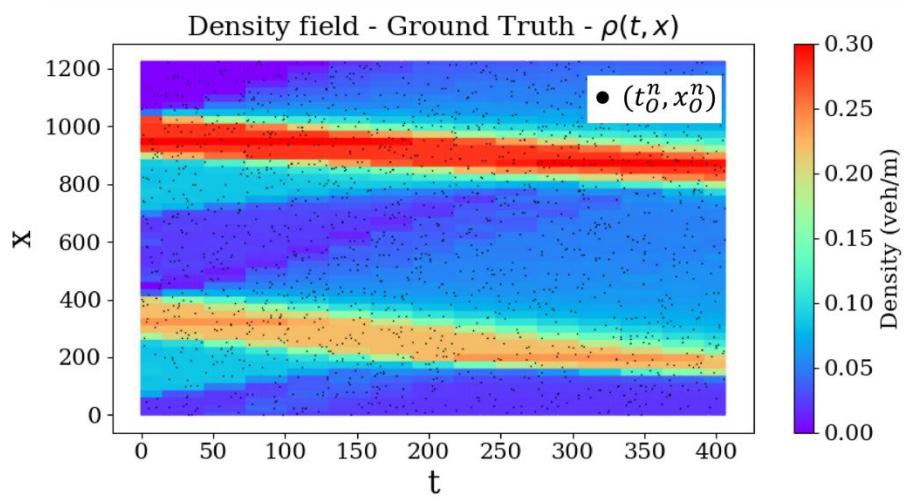
$$L_{Concave_i} = \frac{1}{N_i^A} \sum_{n=1}^{N_i^A} \left( \max \left\{ 0, \frac{d^2 \hat{q}_i^A(\hat{\rho}_i^A)}{d (\hat{\rho}_i^A)^2} \right\} \right)^2 \quad (4)$$

$$L_{(q=0)_i} = (\hat{q}_i(\hat{\rho}_i = 0))^2 \quad (5)$$

$$i \in \{\Omega, \Phi\}$$

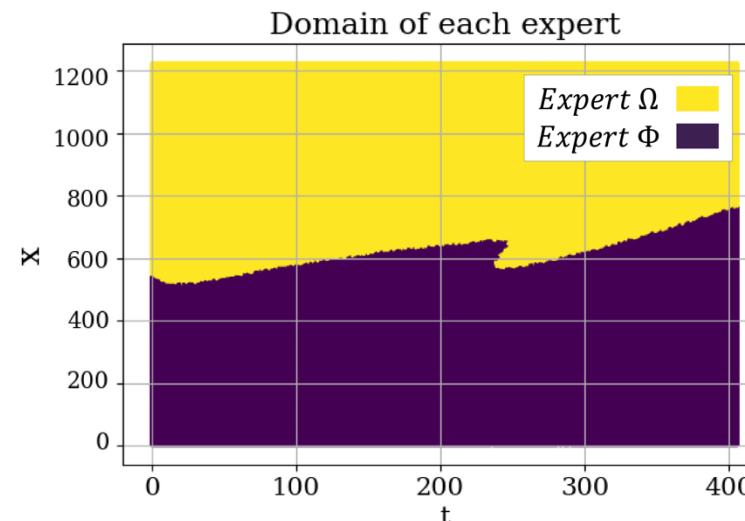
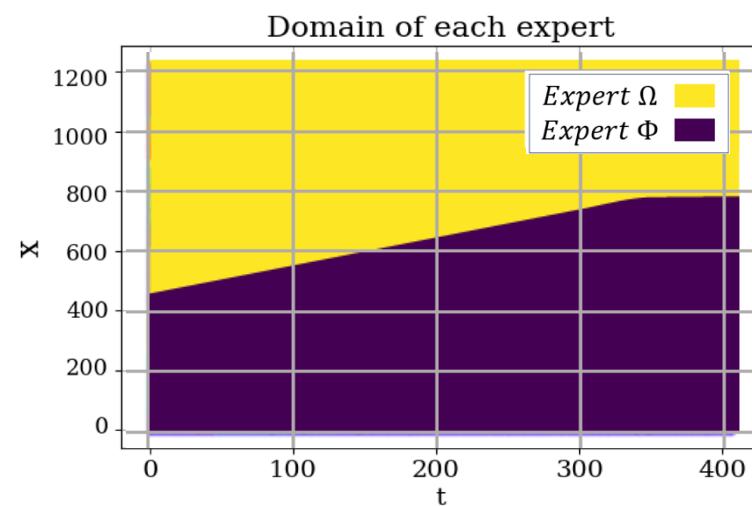
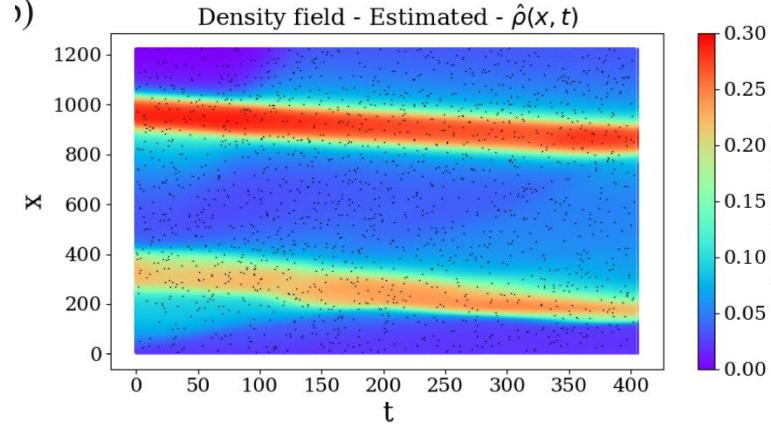
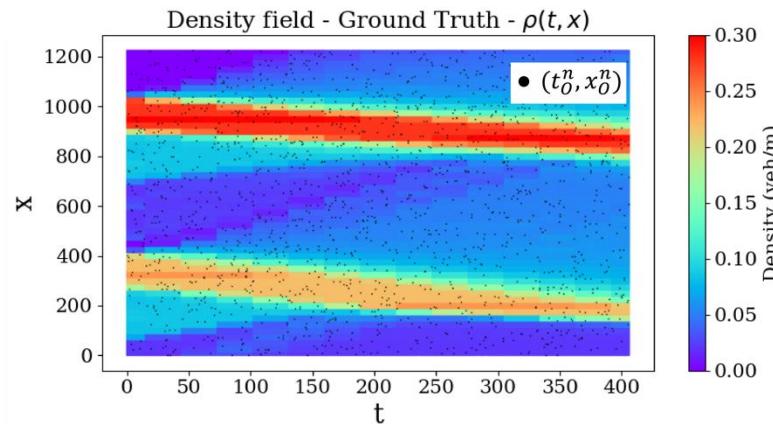
### 3. Experimentos

#### Microsimulación



### 3. Experimentos

#### Microsimulación



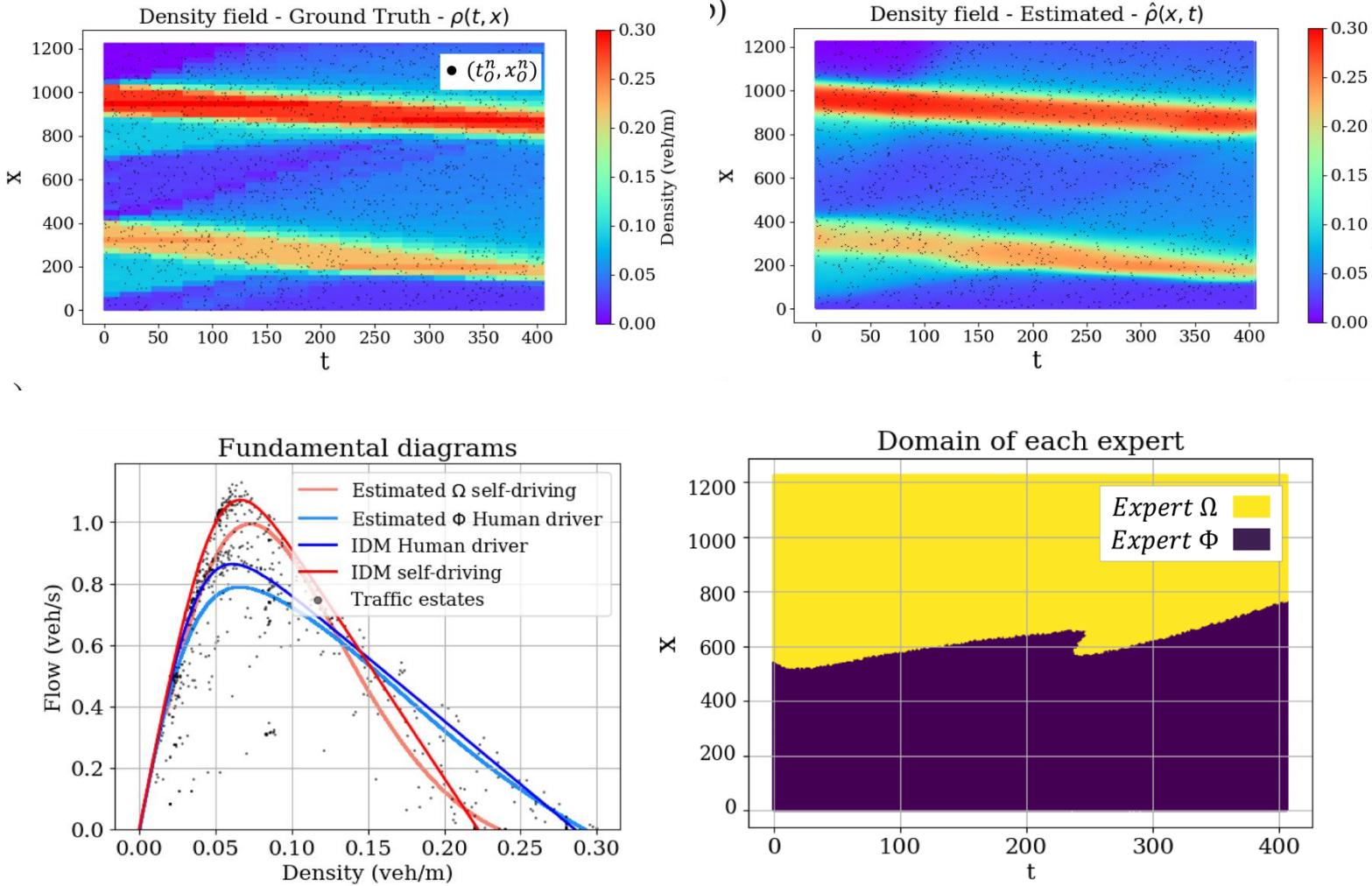
$$Error(\hat{\rho}^A, \rho^A) = \frac{\sqrt{\sum_{r=1}^{N^A} |\hat{\rho}_r^A - \rho_r^A|^2}}{\sqrt{\sum_{r=1}^{N^A} |\rho_r^A|^2}};$$

$$Accuracy = \frac{Pares\ bien\ clasificados}{Total\ de\ pares}$$

<b>% observado</b>	0.70 %
<b>Error (<math>\hat{\rho}, \rho</math>)</b>	1.15E-01
<b>Accuracy</b>	92 %

### 3. Experimentos

#### Microsimulación



$$Error(\hat{\rho}^A, \rho^A) = \frac{\sqrt{\sum_{r=1}^{N^A} |\hat{\rho}_r^A - \rho_r^A|^2}}{\sqrt{\sum_{r=1}^{N^A} |\rho_r^A|^2}};$$

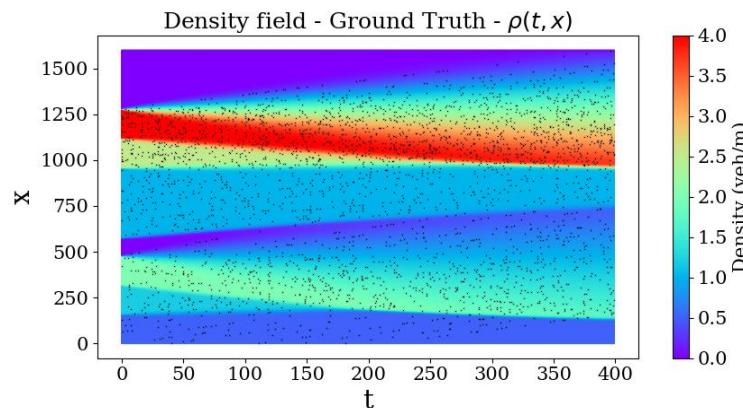
$$Accuracy = \frac{Pares \ bien \ clasificados}{Total \ de \ pares}$$

Dominio	Parámetro	Objetivo	PINN+MoE
$\Omega$	$v_f$ (m/s)	25	26.34
	$q_{\max}$ (veh/s)	0.85	0.79
	$k_{\max}$ (veh/m)	0.285	0.298
	$w$ (veh/s)	-4.11	-3.97
	$k_c$ (veh/m)	0.064	0.065
$\Phi$	$v_f$ (m/s)	25	26.25
	$q_{\max}$ (veh/s)	1.07	1.00
	$k_{\max}$ (veh/m)	0.22	0.236
	$w$ (m/s)	-8.12	-7.00
	$k_c$ (veh/m)	0.07	0.072
<b>% observado</b>			0.70 %
<b>Error</b> ( $\hat{\rho}, \rho$ )			1.15E-01
<b>Accuracy</b>			92 %

### 3. Experimentos

#### Simulación numérica

Sensor: Observador móvil



Dato:  $\rho$  y  $v$

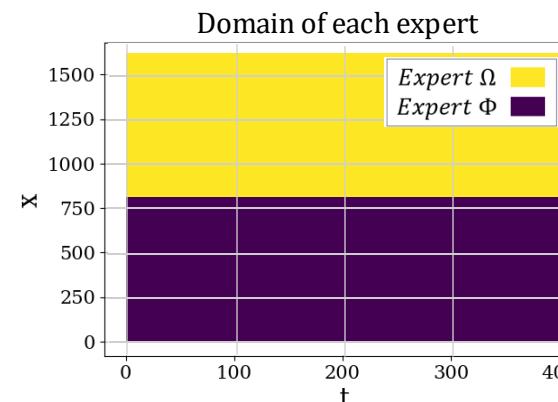
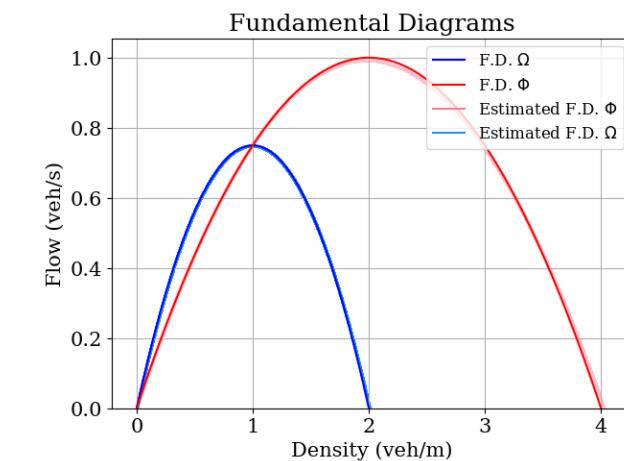
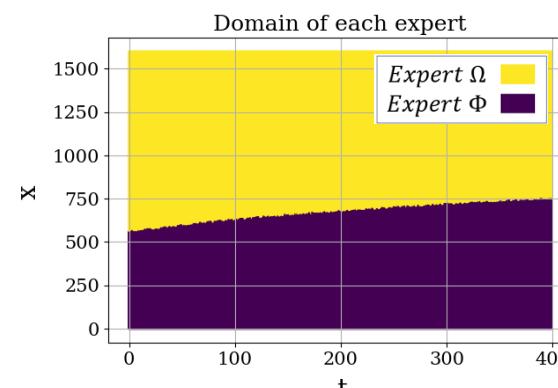
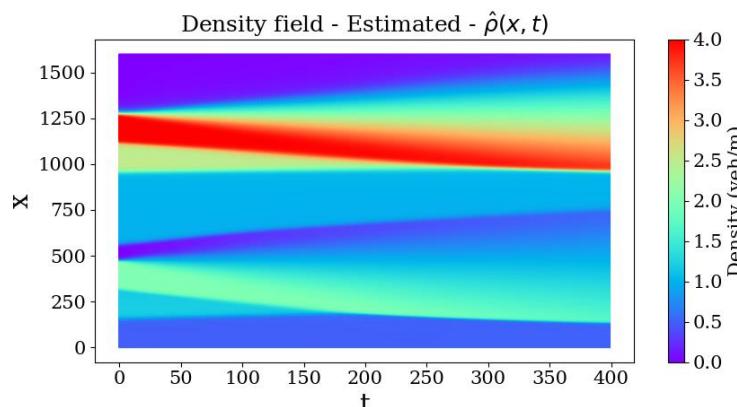


Diagrama fundamental: Greenshields



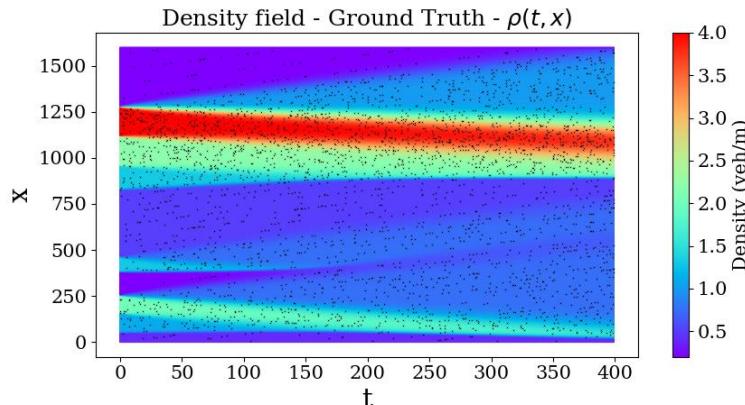
Resultados



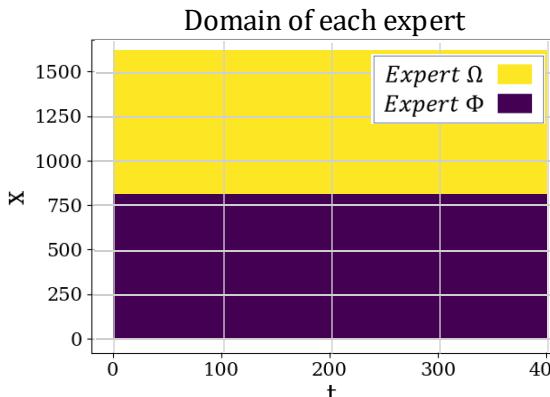
# 3. Experimentos

## Simulación numérica

## Sensor: Observador móvil

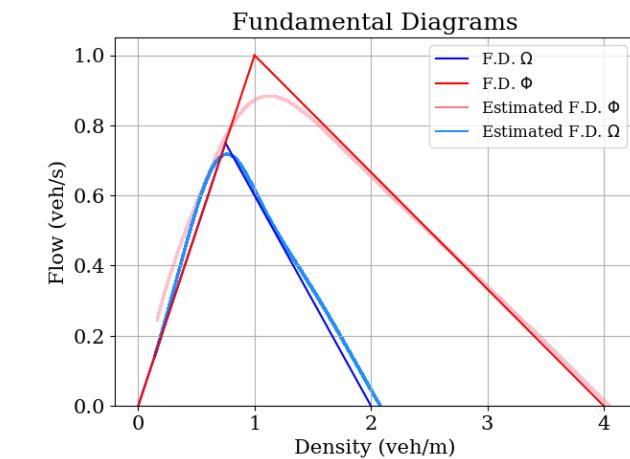
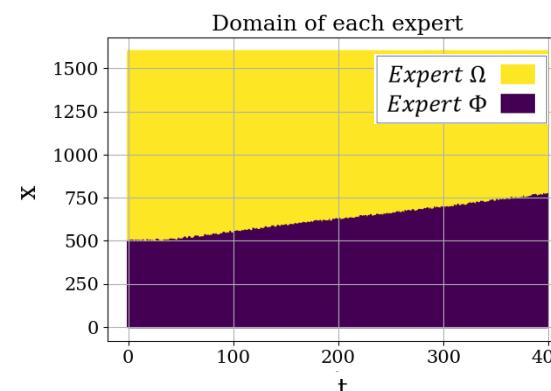
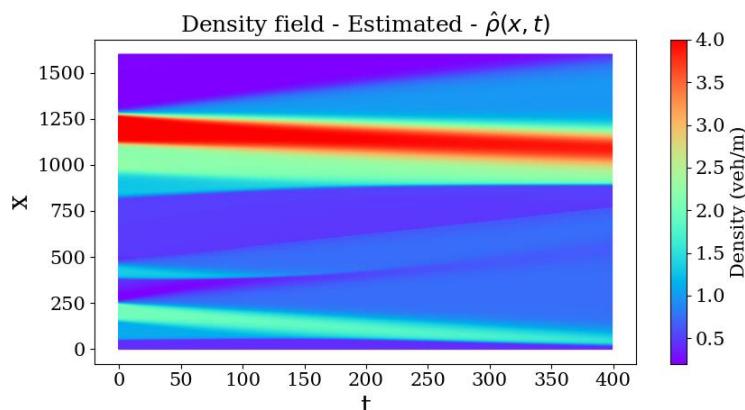


Dato:  $\rho$



## Diagrama fundamental: Triangular

## Resultados



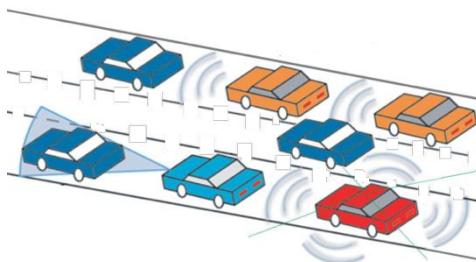
### 3. Experimentos

#### Simulación numérica

<b>Dominio</b>	<b>Parámetro</b>	<b>Objetivo</b>	<b>Shi et al. (2022)</b>	<b>Obs. Mov.</b>	<b>Obs. Mov. (<math>\rho</math> y <math>v</math>)</b>	<b>Sensor Fijo</b>
$\Omega$	$v_f$ (m/s)	1.5	0.63	1.36	1.49	1.41
	$q_{\max}$ (veh/s)	0.75	0.81	0.72	0.75	0.68
	$\rho_{\max}$ (veh/m)	2	3.86	2.01	2	2.03
$\Phi$	$v_f$ (m/s)	1	0.63	0.87	0.99	0.84
	$q_{\max}$ (veh/s)	1	0.81	0.91	1	0.88
	$\rho_{\max}$ (veh/m)	4	3.86	3.99	4.01	3.95
<b>% observado</b>			0.50 %	0.50 %	0.50 %	0.50 %
<b>Error (<math>\hat{\rho}, \rho</math>)</b>			5.32E-02	1.44E-02	1.99E-02	8.20E-02
<b>Accuracy</b>			50 %	98 %	92 %	94 %

## 4. Conclusiones

- El error de estimación del campo de densidad es inferior al de Shi et al. (2022).
- A diferencia de las otras metodologías, la componente de error generada por las leyes físicas se propaga por la red neuronal permitiendo realizar tareas sin datos de supervisión o sin que la tarea sea parte explícita de la ley física.
- Con muy pocos datos se logró clasificar (MoE) y estimar ( $q(\rho)$ ) sin otro método de supervisión
- Estamos abordando la heterogeneidad global basados en la arquitectura PINN+MoE.



# ¡Gracias!

## PINN+MoE para modelar el flujo de tráfico heterogéneo

Diego Guamán, Juan Carlos Herrera, Hans Löbel

Pontificia Universidad Católica de Chile



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA DE  
TRANSPORTE Y LOGISTICA

