

Reduction of arc alternatives in dynamic traffic assignment from a Markovian approach

Ricardo de la Paz Guala¹

Cristián E. Cortés^{1,2}

Benjamin Heyecker³

Pablo A. Rey⁴

¹División Transporte, Departamento de Ing. Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile

²Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (ISCI), Santiago, Chile

³Centre For Transport Studies, University College London, Londres, UK

⁴Departamento de Industria, Universidad Tecnológica Metropolitana, Santiago, Chile

Índice

- 1 El enfoque dinámico Markoviano
- 2 El modelo *Markovian dynamic traffic assignment*
- 3 El algoritmo MDTA
- 4 Reducción de opciones de arcos
- 5 Conclusiones

El enfoque dinámico Markoviano

Características

- Enfrenta demanda que depende del tiempo e incertidumbre en las decisiones de ruta de los conductores y conductoras
- Integra el concepto de *Markovian Traffic Equilibrium* de Baillon y Cominetti (Baillon and Cominetti, 2008) con el marco de modelamiento de *dynamic traffic assignment* de Addison y Heydecker (Addison and Heydecker, 1996, 1998; Heydecker and Addison, 2005; Han, 2003; Heydecker and Addison, 1997)
- Está basado en arcos y no en rutas
- Las rutas se construyen a de recursivas elecciones de arco

Índice

- 1 El enfoque dinámico Markoviano
- 2 El modelo *Markovian dynamic traffic assignment*
 - El modelo MDTA
- 3 El algoritmo MDTA
- 4 Reducción de opciones de arcos
- 5 Conclusiones

Índice

- 1 El enfoque dinámico Markoviano
- 2 El modelo *Markovian dynamic traffic assignment*
 - El modelo MDTA
- 3 El algoritmo MDTA
- 4 Reducción de opciones de arcos
- 5 Conclusiones

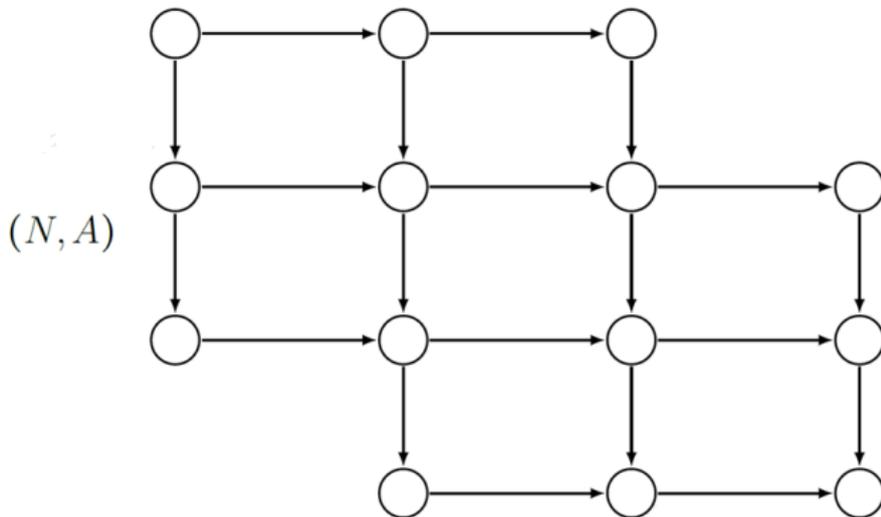
El modelo MDTA

Características

- Se compone de un *perfil de demanda*, un *modelo de tráfico* y un *modelo de elección de arco*
- El perfil de demanda se considera exógeno
- El modelo de tráfico adapta el *modelo de colas puntuales determinista*
- El modelo de elección de arcos es una versión dinámica del asociado al MTE

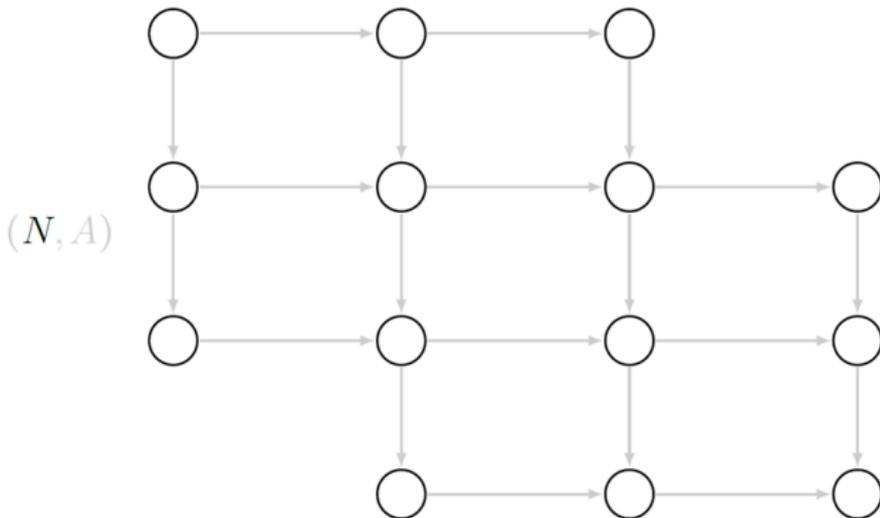
Red de transporte

El digrafo



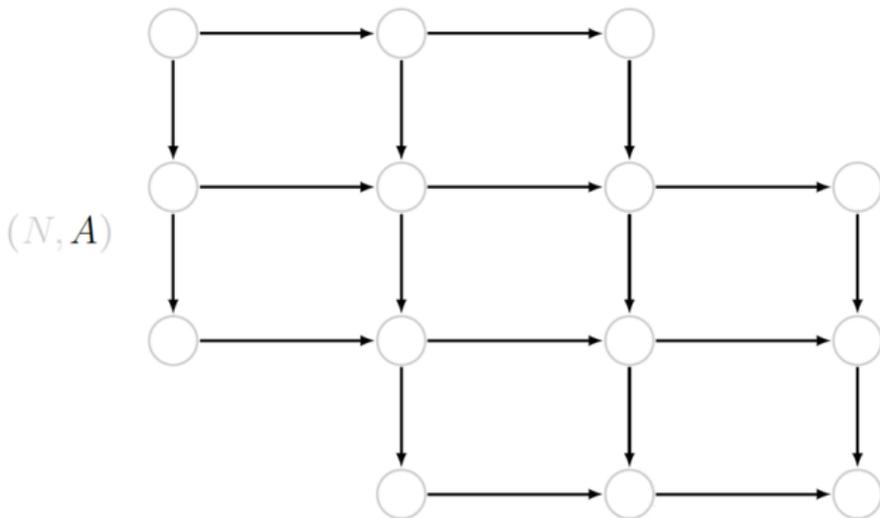
Red de transporte

El conjunto de nodos

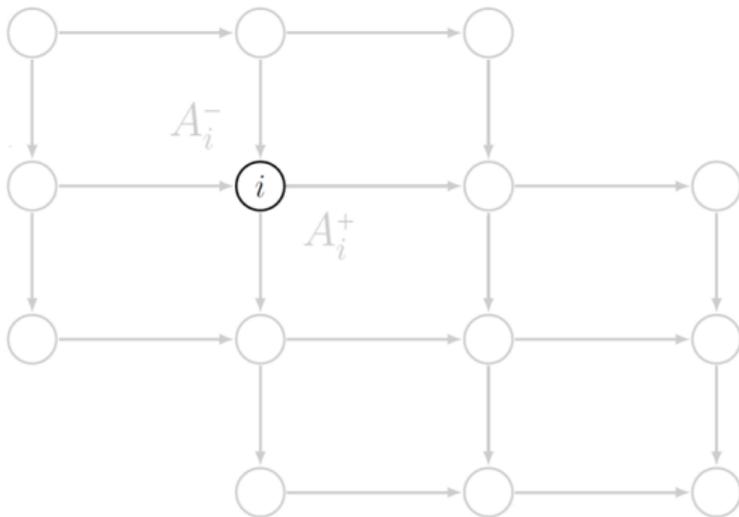


Red de transporte

El conjunto de arcos

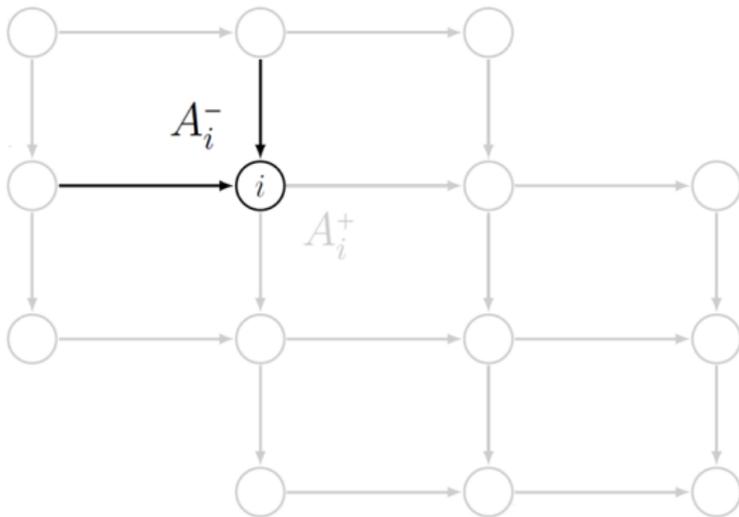


Conjuntos asociados a nodos

 $i \in N$ 

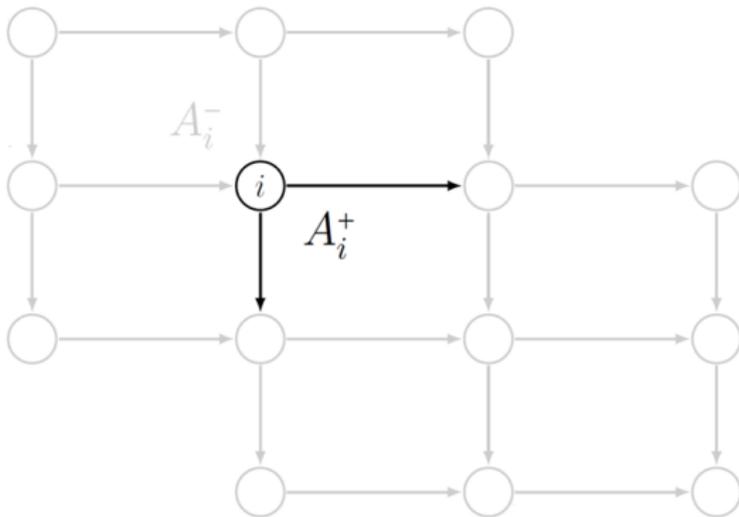
Conjuntos asociados a nodos

Conjunto de arcos que salen del nodo i , A_i^-



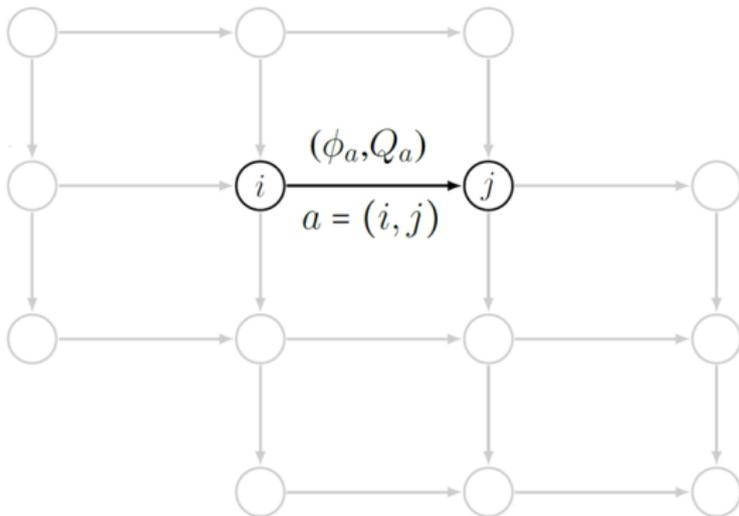
Conjuntos asociados a nodos

Conjunto de arcos que llegan del nodo i , A_i^+



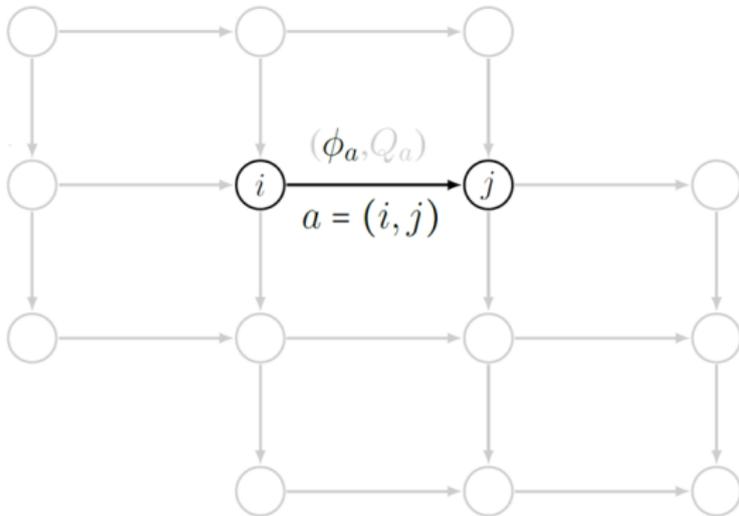
Parámetros de arcos

$$\forall a = (i, j) \in A$$



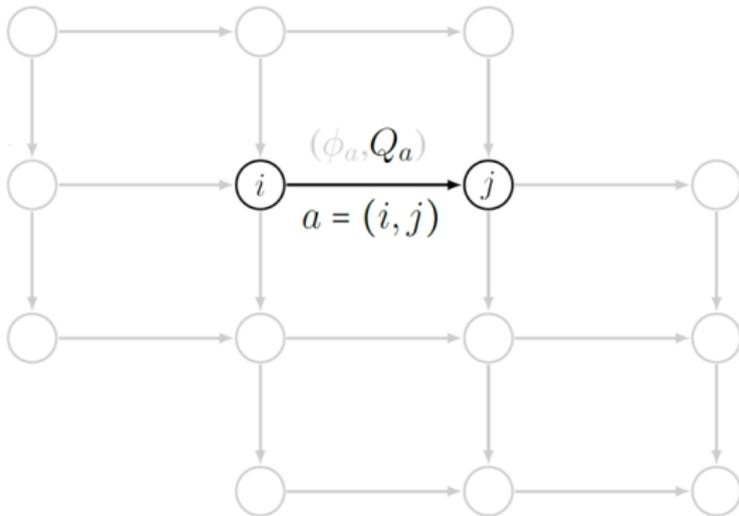
Parámetros de arcos

Tiempo de viaje a flujo libre del arco a , ϕ_a



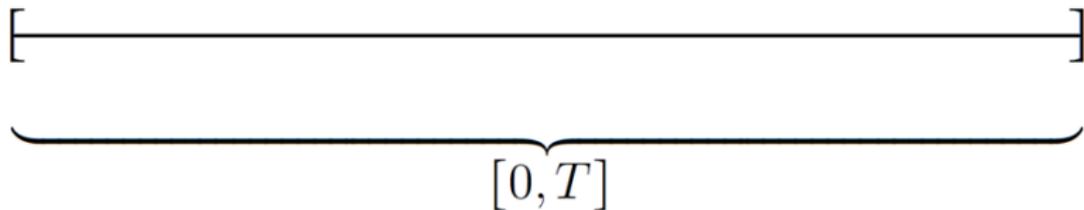
Parámetros de arcos

Capacidad de descarga de cola del arco a , Q_a



Periodo a analizar

Intervalo de tiempo



MDTA: Primera parte

El perfil de demanda

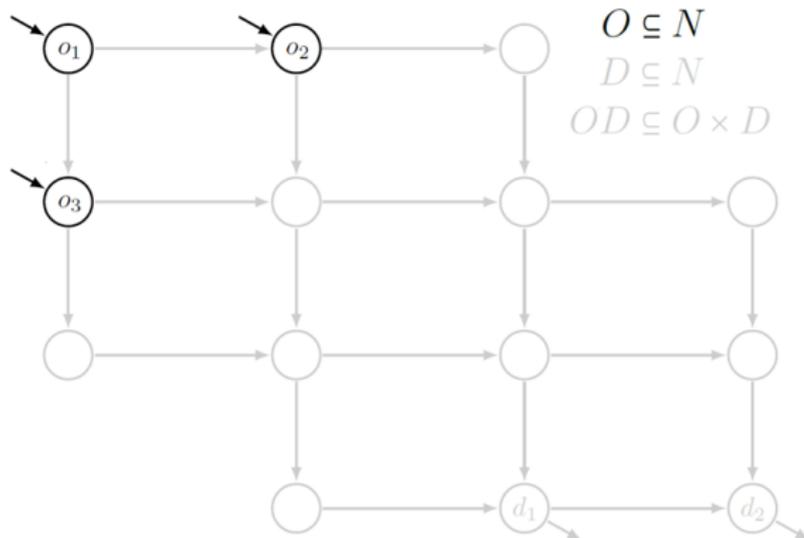
El perfil de demanda

Características

Para cada par OD (o, d) , la función de tasa de demanda del origen o al destino d , denotado por $\mathcal{D}_{(o,d)}(\cdot)$, es información exógena

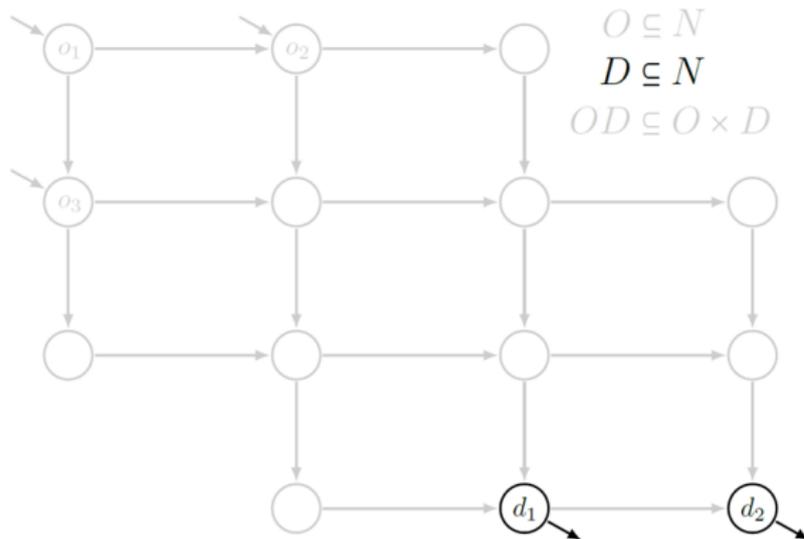
El perfil de demanda

Orígenes



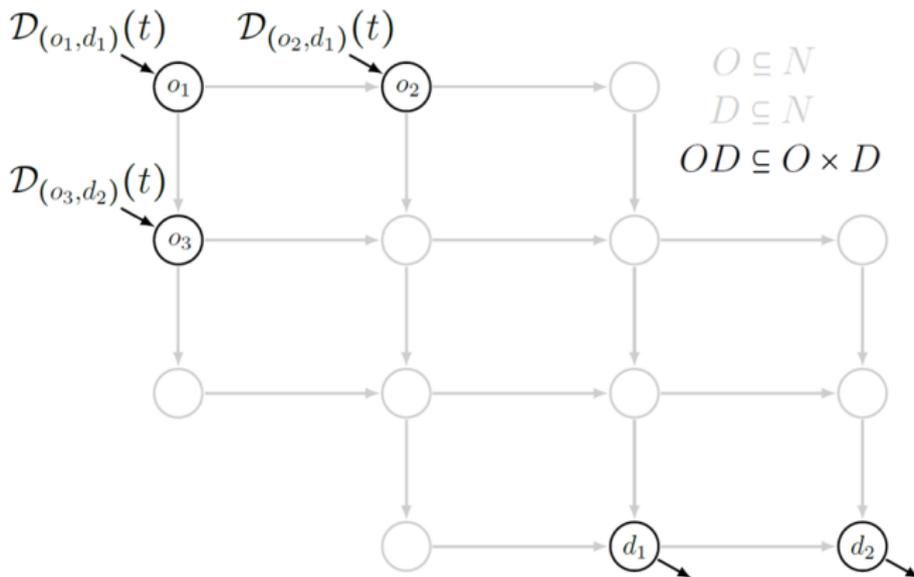
El perfil de demanda

Destinos



El perfil de demanda

Demanda



MDTA: Segunda parte

El modelo de tráfico

El modelo de tráfico

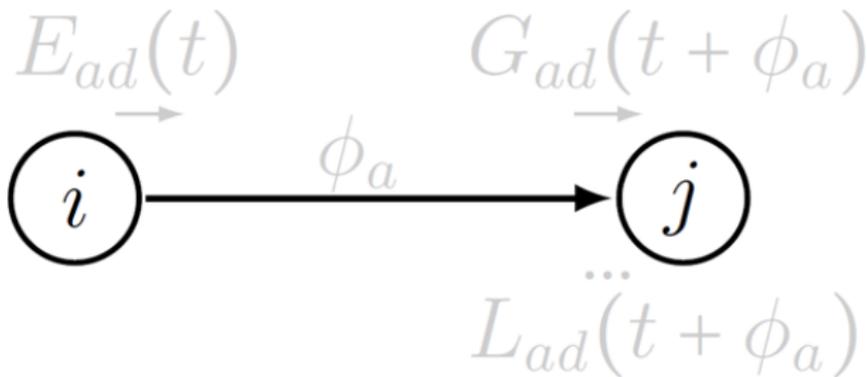
Características

- Representa las interacciones dentro de cada arco $a = (i, j)$
- Relaciona tasa de entrada, tasa de salida y largo de cola yendo a cada destino
- Adapta el modelo de colas puntuales determinista

El modelo de tráfico

$$\forall a \in A, \forall t \in [0, T]$$

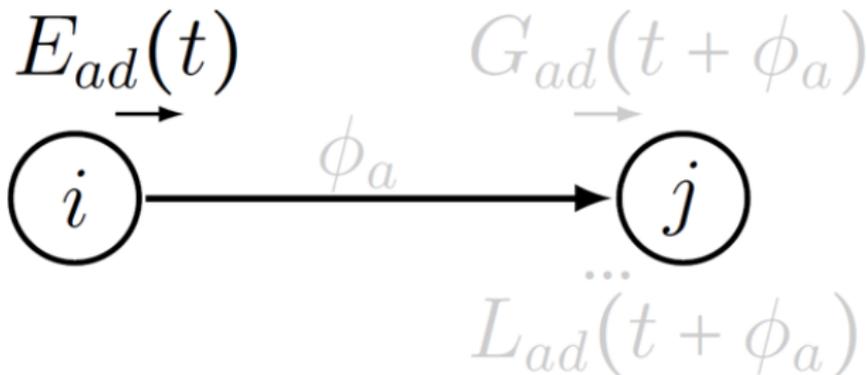
$$a = (i, j)$$



El modelo de tráfico: Interacciones dentro del arco

$\forall d \in D$, tasa de entrada yendo a cada destino d , $E_{ad}(t)$

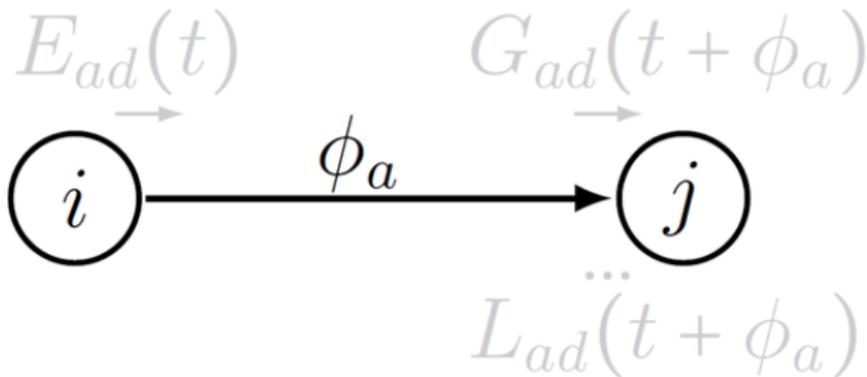
$$a = (i, j)$$



El modelo de tráfico: Interacciones dentro del arco

Luego de atravesar el arco

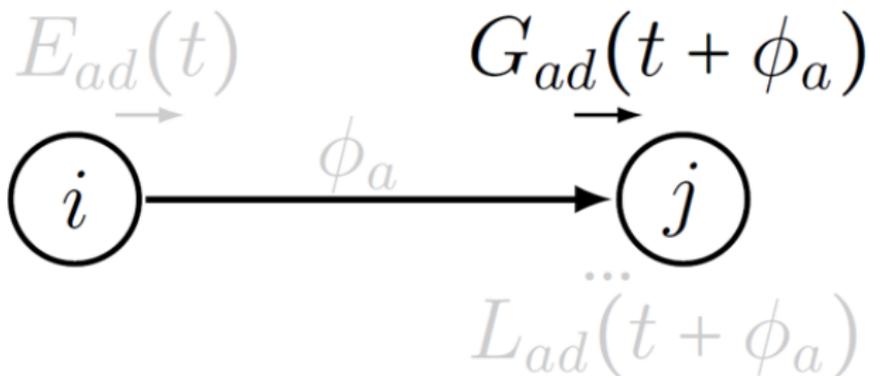
$$a = (i, j)$$



El modelo de tráfico: Interacciones dentro del arco

$\forall d \in D$, tasa de salida yendo a cada destino d , $G_{ad}(t + \phi_a)$

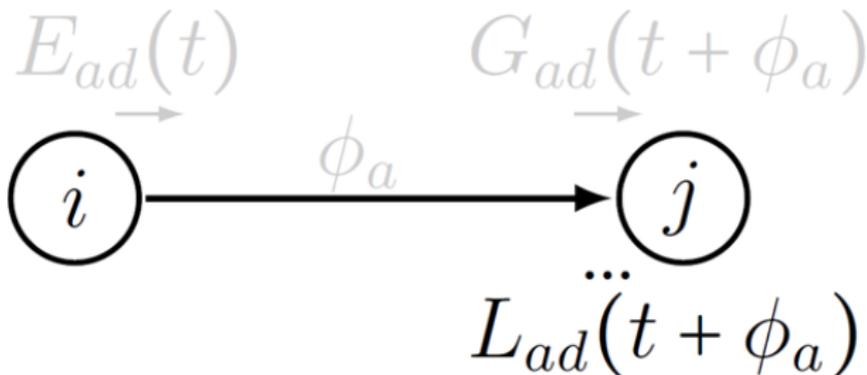
$$a = (i, j)$$



El modelo de tráfico: Interacciones dentro del arco

$\forall d \in D$, largo de cola yendo a cada destino d , $L_{ad}(t + \phi_a)$

$$a = (i, j)$$



El modelo de tráfico: Interacciones dentro del arco

Relación analítica entre tasa de entrada, tasa de salida y largo de cola, a cada destino

$\forall d \in D, \forall a \in A, \forall t \in [\phi_a, T + \phi_a]$

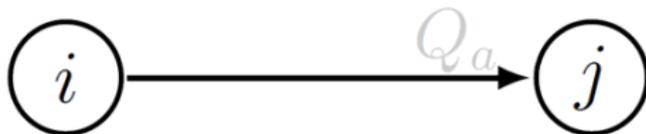
$$G_{ad}(t) = \begin{cases} E_{ad}(t - \phi_a), & \text{si } \sum_{d' \in D} E_{ad'}(t - \phi_a) \leq Q_a \wedge \sum_{d' \in D} L_{ad'}(t) = 0, \\ \frac{L_{ad}(t)}{\sum_{d' \in D} L_{ad'}(t)} Q_a & \text{sino} \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{dL_{ad}}{dt} = \begin{cases} 0, & \text{si } \sum_{d' \in D} E_{ad'}(t - \phi_a) \leq Q_a \wedge \sum_{d' \in D} L_{ad'}(t) = 0 \\ E_{ad}(t - \phi_a) - \frac{L_{ad}(t)}{\sum_{d' \in D} L_{ad'}(t)} Q_a, & \text{sino} \end{cases} \quad (2)$$

El modelo de tráfico: Costo del arco

$\forall d \in D$, largo de cola yendo al destino d , $L_{ad}(t + \phi_a)$

$$a = (i, j)$$

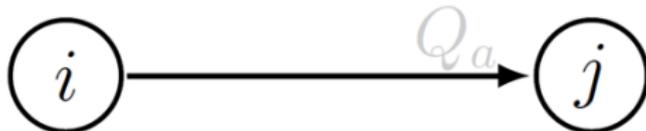


$$C_a(t) = \phi_a + \frac{\sum_{d' \in D} L_{ad'}(t + \phi_a)}{Q_a}$$

El modelo de tráfico: Costo del arco

Largo de cola total

$$a = (i, j)$$

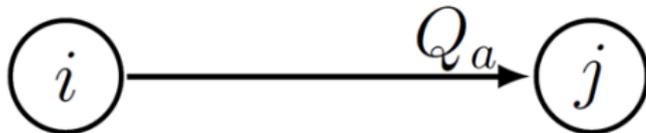


$$C_a(t) = \phi_a + \frac{\sum_{d' \in D} L_{ad'}(t + \phi_a)}{Q_a}$$

El modelo de tráfico: Costo del arco

Capacidad de descarga de cola

$$a = (i, j)$$

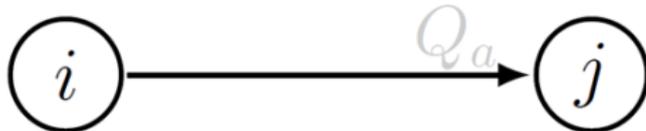


$$C_a(t) = \phi_a + \frac{\sum_{d' \in D} L_{ad'}(t + \phi_a)}{Q_a}$$

El modelo de tráfico: Costo del arco

Retraso por esperar en cola

$$a = (i, j)$$

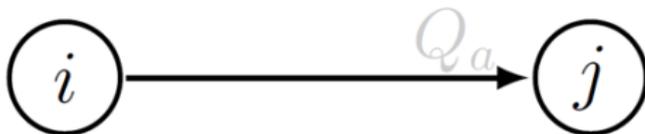


$$C_a(t) = \phi_a + \frac{\sum_{d' \in D} L_{ad'}(t + \phi_a)}{Q_a}$$

El modelo de tráfico: Costo del arco

Costo del arco, $C_a(t)$

$$a = (i, j)$$



$$C_a(t) = \phi_a + \frac{\sum_{d' \in D} L_{ad'}(t + \phi_a)}{Q_a}$$

El modelo de tráfico: Costo del arco

$$\forall a \in A, \forall t \in [0, T]$$

$$C_a(t) = \phi_a + \frac{\sum_{d' \in D} L_{ad'}(t + \phi_a)}{Q_a}. \quad (3)$$

MDTA: Tercera parte

El modelo de elección de arco

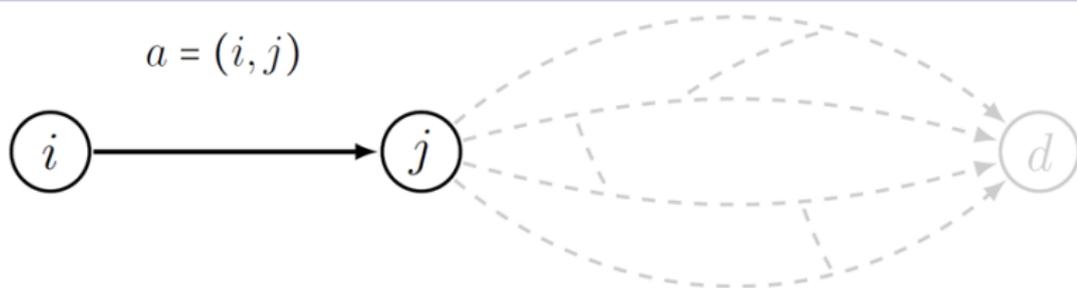
El modelo de elección de arco

Características

- Extiende el modelo de asignación asociado al MTE a una versión dinámica
- Primero, calcula los costos mínimos esperados de ir a cada destino
- Luego, asigna las tasas de entrada a cada arco, según un modelo logit de parámetro de dispersión conocido θ

El modelo de elección de arco: Costo mínimo esperado

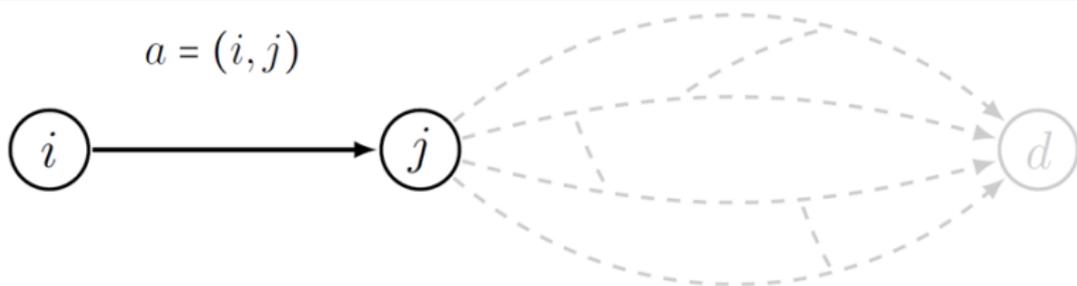
Consideremos un arco $a = (i, j)$



$$Z_{ad}(t) = C_{ad}(t) - \frac{1}{\theta} \ln \left(\sum_{b \in A_j^+} \exp(-\theta Z_{bd}(t + T_b(t))) \right)$$

El modelo de elección de arco: Costo mínimo esperado

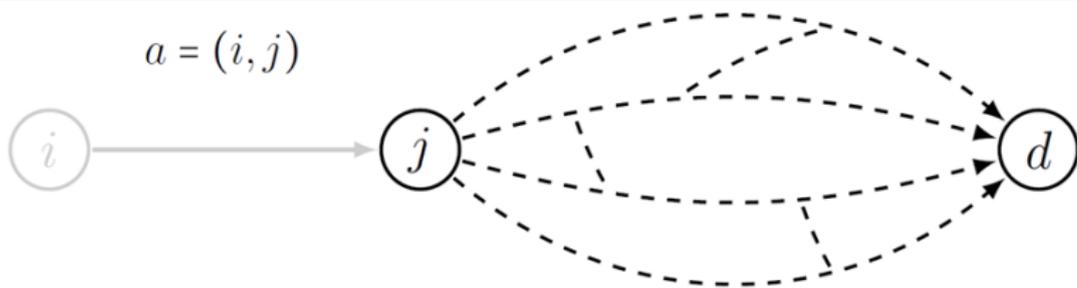
Componentes de $Z_{ad}(t)$: Costo del arco a en t



$$Z_{ad}(t) = C_{ad}(t) - \frac{1}{\theta} \ln \left(\sum_{b \in A_j^+} \exp(-\theta Z_{bd}(t + C_b(t))) \right)$$

El modelo de elección de arco: Costo mínimo esperado

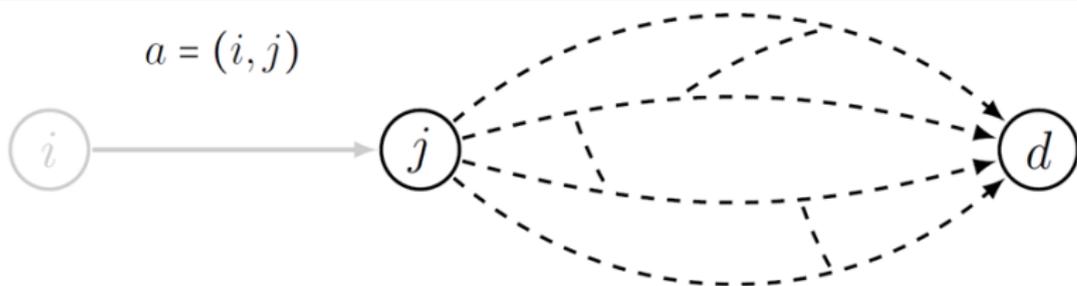
Componentes de $Z_{ad}(t)$: Costo mínimo esperado de j hasta d



$$Z_{ad}(t) = C_{ad}(t) - \frac{1}{\theta} \ln \left(\sum_{b \in A_j^+} \exp(-\theta Z_{bd}(t + T_b(t))) \right)$$

El modelo de elección de arco: Costo mínimo esperado

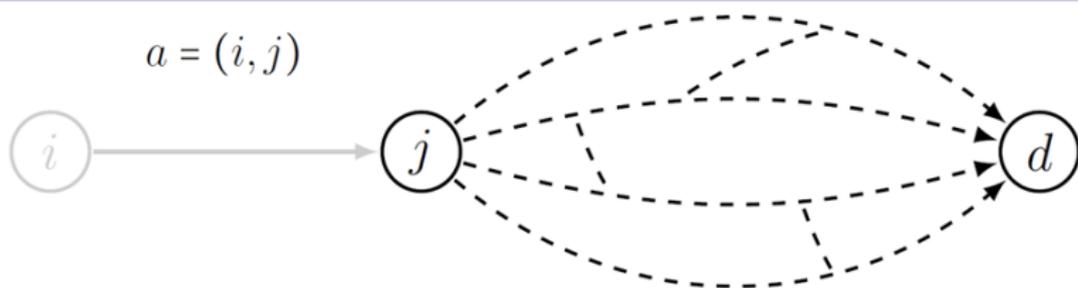
Componentes de $Z_{ad}(t)$: Costo mínimo esperado de j hasta d



$$Z_{ad}(t) = C_{ad}(t) - \frac{1}{\theta} \ln \left(\sum_{b \in A_j^+} \exp(-\theta Z_{bd}(t + T_a(t))) \right)$$

El modelo de elección de arco: Costo mínimo esperado

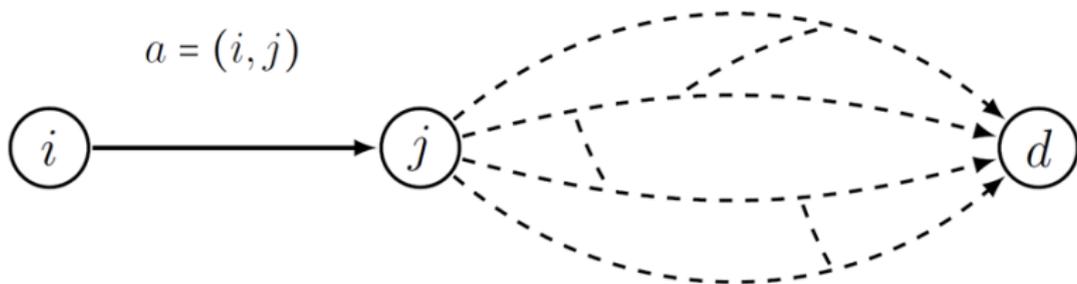
$Z_{ad}(t)$: Costo mínimo esperado de a hasta d



$$Z_{ad}(t) = C_{ad}(t) + W_{jd}(t + T_a(t))$$

El modelo de elección de arco: Costo mínimo esperado

Expected minimum cost of using arc a to go to d at t



$$Z_{ad}(t) = C_{ad}(t) + W_{jd}(t + T_a(t))$$

El modelo de elección de arco: Costo mínimo esperado

$$\forall d \in D, \forall a = (i, j) \in A, \forall t \in [0, T]$$

Si $j = d$, entonces

$$W_{jd}(t + C_a(t)) = 0 \quad (4)$$

$$Z_{ad}(t) = C_a(t) \quad (5)$$

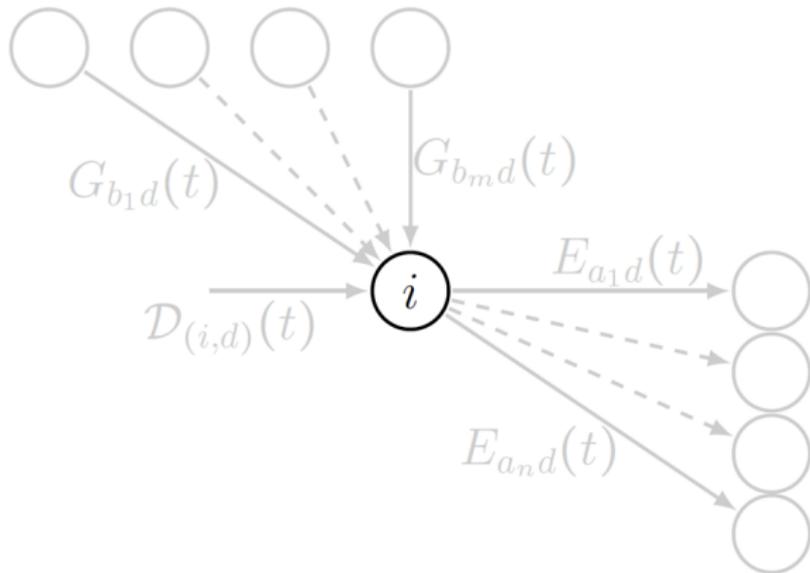
sino, si $j \neq d$

$$W_{jd}(t + C_a(t)) = -\frac{1}{\theta} \ln \left(\sum_{b \in A_j^+} \exp(-\theta (Z_{bd}(t + C_b(t)))) \right) \quad (6)$$

$$Z_{ad}(t) = C_a(t) + W_{jd}(t + C_a(t)) \quad (7)$$

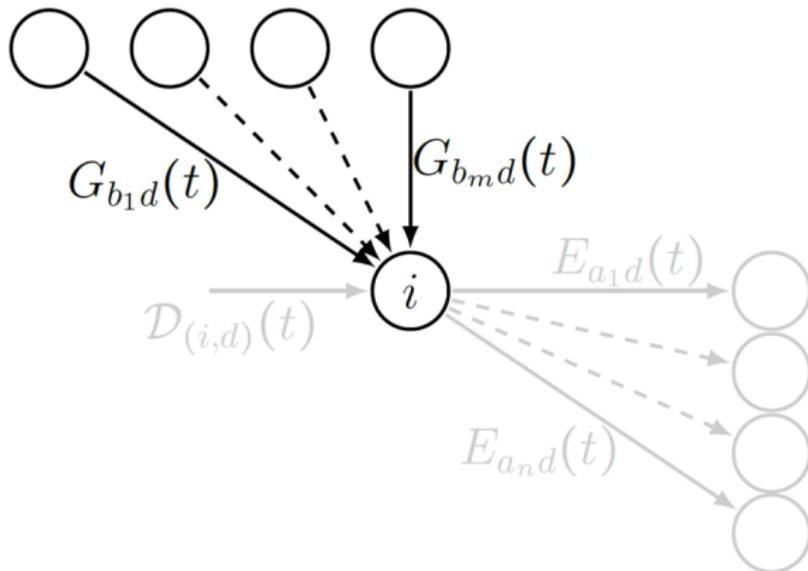
El modelo de elección de arco: Asignación

Dado un destino $d \in D, \forall i \in N$



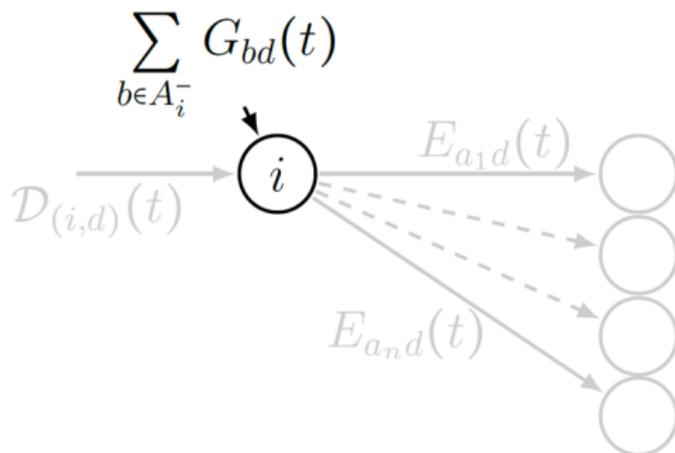
El modelo de elección de arco: Asignación

$$\forall d \in D, \forall t \in [0, T]$$



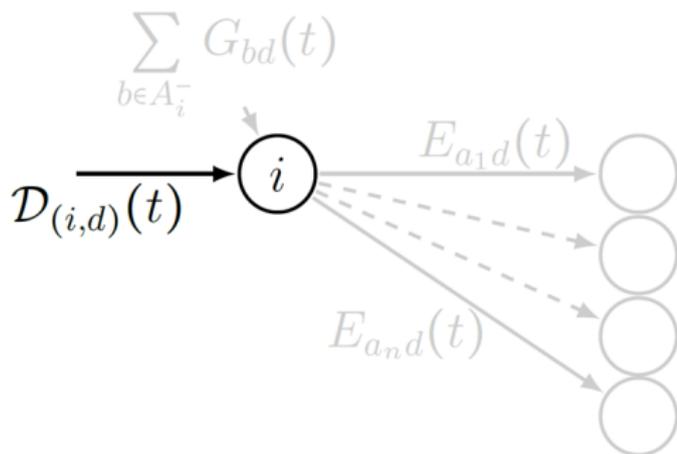
El modelo de elección de arco: Asignación

$$\forall d \in D, \forall t \in [0, T]$$



El modelo de elección de arco: Asignación

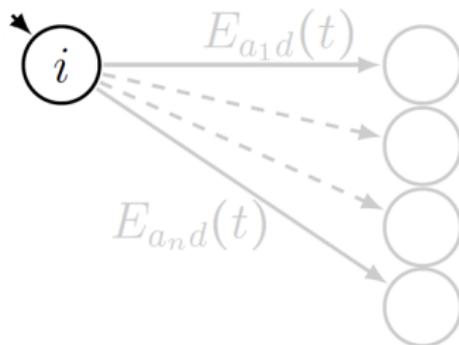
$$\forall d \in D, \forall t \in [0, T]$$



El modelo de elección de arco: Asignación

$$\forall d \in D, \forall t \in [0, T]$$

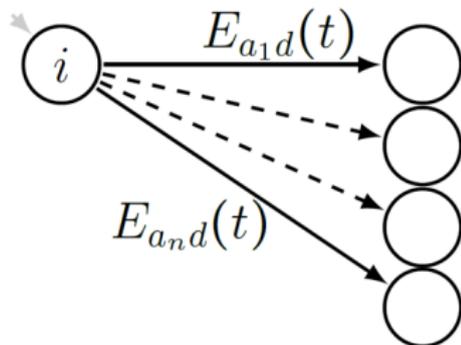
$$\sum_{b \in A_i^-} G_{bd}(t) + \mathcal{D}_{(i,d)}(t)$$



El modelo de elección de arco: Asignación

$$\forall d \in D, \forall a \in A_i^+, \forall t \in [0, T]$$

$$\sum_{b \in A_i^-} G_{bd}(t) + \mathcal{D}_{(i,d)}(t)$$



El modelo de elección de arco: Asignación

$\forall d \in D, \forall i \in N, \forall a \in A_i^+, \forall t \in [0, T]$

Si $(i, d) \notin OD$, entonces

$$E_{ad}(t) = \frac{\exp(-\theta Z_{ad}(t))}{\sum_{b \in A_i^+ \cap R_d} \exp(-\theta Z_{bd}(t))} \sum_{b \in A_i^-} G_{bd}(t), \quad (8)$$

sino, $(i, d) \in OD$, entonces

$$E_{ad}(t) = \frac{\exp(-\theta Z_{ad}(t))}{\sum_{b \in A_i^+ \cap R_d} \exp(-\theta Z_{bd}(t))} \left(\sum_{b \in A_i^-} G_{bd}(t) + \mathcal{D}_{(i,d)}(t) \right) \quad (9)$$

Índice

- 1 El enfoque dinámico Markoviano
- 2 El modelo *Markovian dynamic traffic assignment*
- 3 El algoritmo MDTA**
- 4 Reducción de opciones de arcos
- 5 Conclusiones

El algoritmo MDTA

Características

- Trabaja sobre una discretización del tiempo
- En cada salto incremental realiza un *algoritmo de Dial*, pero inverso

Cómo trabaja

Technical settings

- STEP 0: Inicialización

De $k = 1$ hasta $k = K$

- STEP 1: **Backward**: Cálculo de costos mínimos esperados
- STEP 2: **Forward**: Asignación de tasa de entrada por arco
- STEP 3: Actualización de costos
- STEP 4: Chequeo de término

Índice

- 1 El enfoque dinámico Markoviano
- 2 El modelo *Markovian dynamic traffic assignment*
- 3 El algoritmo MDTA
- 4 Reducción de opciones de arcos
 - Arcos razonables
- 5 Conclusiones

Índice

- 1 El enfoque dinámico Markoviano
- 2 El modelo *Markovian dynamic traffic assignment*
- 3 El algoritmo MDTA
- 4 Reducción de opciones de arcos
 - Arcos razonables
- 5 Conclusiones

Enfocando el viaje en el destino

Definición

Dado un destino d , un arco (i, j) será un *arco razonable hacia d* si el costo mínimo de ir de j hasta d es menor o igual al costo mínimo de ir de i hasta d .

El conjunto de todos los arcos razonables hacia d está denotado por R_d

Enfocando el viaje en el destino

Definición

Dado un destino d , un arco (i, j) será un *arco razonable hacia d* si el costo mínimo de ir de j hasta d es menor o igual al costo mínimo de ir de i hasta d .

El conjunto de todos los arcos razonables hacia d está denotado por R_d

Asumiremos que....

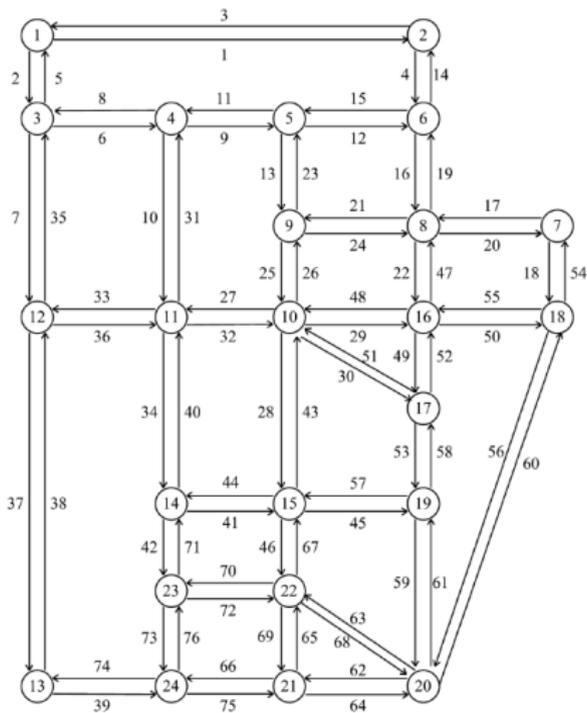
Los conductores y conductoras sólo viajan a través de arcos razonables.

Combinaciones de enfoques de reducción

	Deterministic	Stochastic
Static	Set of reasonable arcs	Expected set of reasonable arcs
Dynamic	Dynamic sets of reasonable arcs	Expected sets of reasonable arcs

Types of reasonability according to combinations of mixed approaches

Ejemplo ilustrativo: Sioux Falls Network (LeBlan, 1978)



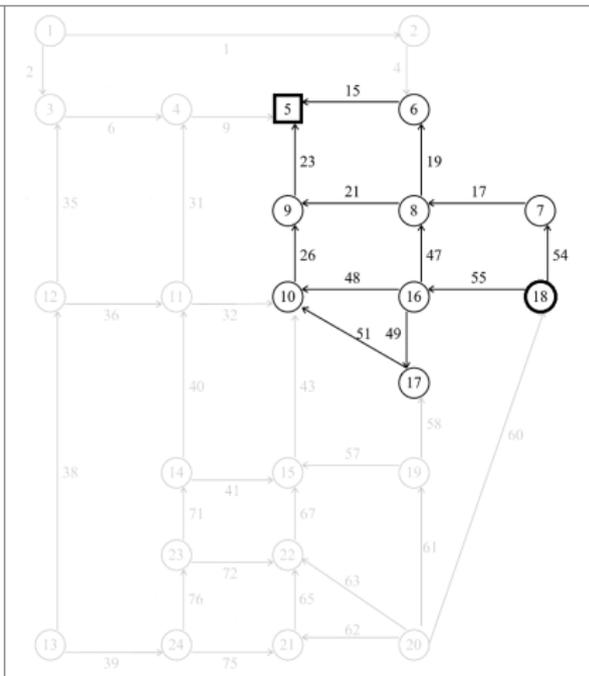
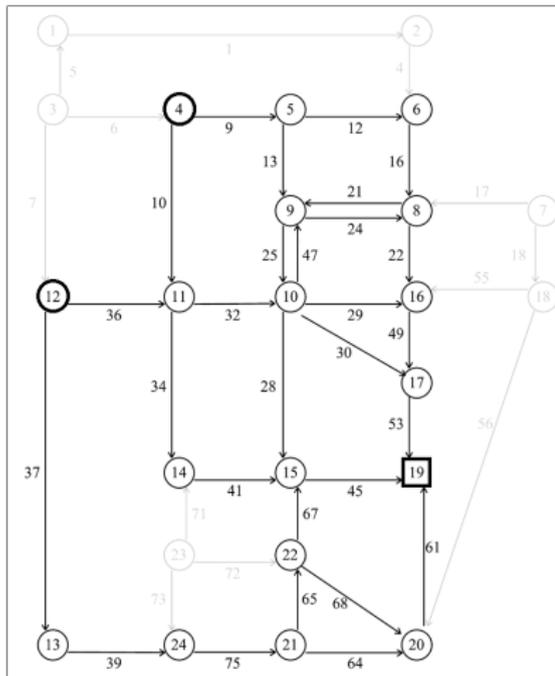
Ejemplo ilustrativo: Parámetros de arcos (Han, 2013)

a	ϕ_a [min]	Q_a [$\frac{veh}{min}$]	a	ϕ_a [min]	Q_a [$\frac{veh}{min}$]	a	ϕ_a [min]	Q_a [$\frac{veh}{min}$]
1	6	65	27	5	50	52	2	45
2	2	55	28	4	45	53	3	45
3	6	65	29	3	40	54	5	50
4	2	60	30	3	45	55	3	55
5	2	55	31	5	55	56	6	55
6	5	60	32	5	50	57	3	40
7	5	60	33	3	60	58	3	45
8	5	60	34	4	50	59	4	50
9	3	50	35	5	60	60	6	55
10	5	55	36	3	60	61	4	50
11	3	50	37	6	65	62	3	40
12	3	50	38	6	65	63	4	45
13	2	50	39	2	60	64	3	40
14	2	60	40	4	50	65	2	50
15	3	50	41	4	50	66	3	50
16	3	45	42	3	40	67	3	45
17	3	40	43	4	45	68	4	45
18	5	50	44	4	50	69	2	50
19	3	45	45	3	40	70	4	40
20	3	40	46	3	45	71	3	40
21	3	45	47	2	45	72	4	40
22	2	45	48	3	40	73	2	40
23	2	50	49	2	45	74	2	60
24	3	45	50	3	55	75	3	50
25	2	45	51	3	45	76	2	40
26	2	45						

Ejemplo ilustrativo: Pares O-D (Han, 2013)

Origin nodes	Destination node
18	5
14,22	8
20	9
1,13	10
2,6,7	15
3	16
4,12	19

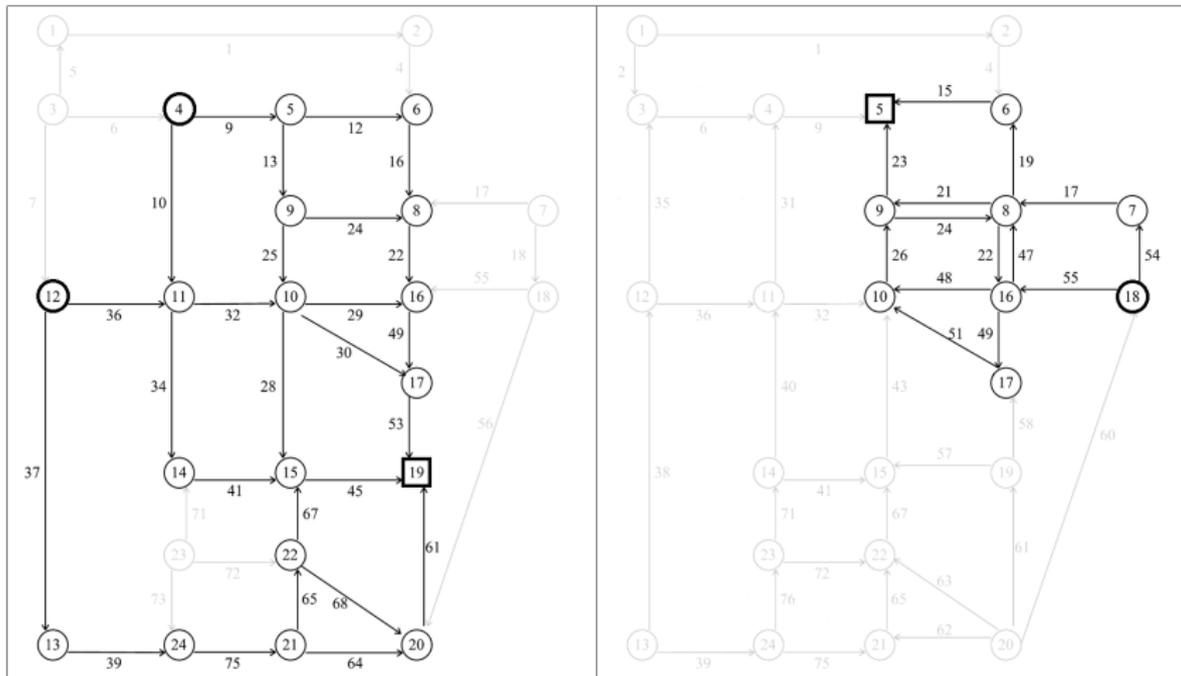
Reducción estática y determinista de arcos



Reducción estática y determinista de arcos

	to destination 19		to destination 5	
	no reasonability	reasonability	no reasonability	reasonability
Total arcs	76	76	76	76
Reasonable	76	40	76	38
Positive flow	76	28	76	12

Reducción estática y estocástica de arcos



Reducción estática y estocástica de arcos

	to destination 19		to destination 5	
	no reasonability	reasonability	no reasonability	reasonability
Total arcs	76	76	76	76
Reasonable	76	38	76	40
Positive flow	76	26	76	14

Reducciones dinámicas

- Resultados poco realistas
- Comportamiento oscilatorio de las etiquetas de arcos razonables

Índice

- 1 El enfoque dinámico Markoviano
- 2 El modelo *Markovian dynamic traffic assignment*
- 3 El algoritmo MDTA
- 4 Reducción de opciones de arcos
- 5 Conclusiones
 - Futuros trabajos

Conclusiones

Sobre el enfoque MDTA

- Integra un perfil de demanda con el modelo de elección del MTE y con el modelo de colas puntual determinista
- Permite trabajar con rutas superpuestas (no requiere enumeración)
- No requiere independencia de costos de rutas
- Permite inicialización con redes no vacías
- Ejecuta network loading en un contexto dinámico

Conclusiones

Sobre el enfoque MDTA

- Integra un perfil de demanda con el modelo de elección del MTE y con el modelo de colas puntual determinista
- Permite trabajar con rutas superpuestas (no requiere enumeración)
- No requiere independencia de costos de rutas
- Permite inicialización con redes no vacías
- Ejecuta network loading en un contexto dinámico

Sobre reducción de opciones de arcos

- Enfoques puramente estáticos son estables pero poco flexibles
- Enfoques dinámicos son poco realistas

Índice

- 1 El enfoque dinámico Markoviano
- 2 El modelo *Markovian dynamic traffic assignment*
- 3 El algoritmo MDTA
- 4 Reducción de opciones de arcos
- 5 Conclusiones
 - Futuros trabajos

Futuros trabajos

Tenemos la oportunidad de trabajar en las siguientes líneas:

- Enfoque temporal intermedio: Actualización periódica de los conjuntos de arcos razonables

Gracias a todos y todas por su
atención

Preguntas? feedback? comentarios?

ricardo.delapaz@uchile.cl

Bibliography

- Addison and Heydecker (1996). *Transportation and Traffic Theory (article)*, 1996.
- Addison and Heydecker (1998). *Transportation Networks (chapter)*, 1998.
- Baillon and Cominetti (2005). *Mathematical Programming (article)*, 2008.
- Han (2003). *Transportation Research Part B (article)*, 2003.
- Heydecker and Addison (1997).
- Heydecker and Addison (2005). *Transportation Science (article)*, 2005.
- Koch and Skutella (2005). *Theory of Computing Systems (article)*, 2011.
- Lim and Heydecker (2005). *Transportation Research Part B (chapter)*, 2005.
- Merchant and Nemhauser (1978). *Transportation Science (article)*, 1988.
- Sheffi (1985). *Urban Transportation Networks*, 1985.
- Robert B. Dial (1971). *A probabilistic multipath traffic assignment which obviates enumeration.*

Outputs del algoritmo

